



**Technische Universität
Darmstadt**
Fachbereich Bauingenieurwesen
Institut für Wasserbau und
Wasserwirtschaft
Fachgebiet Wasserbau

Erstellung und Anwendung eines numerischen Simulationsmodells zur Berechnung der Dynamik einer hochkonzentrierten Suspension kohäsiven Feinsediments

Diplomarbeit

Autor: Marian Brenda

Datum: 29. August 2011

Professor: Prof. Dr.-Ing. U. Zanke
Betreuer: Dr.-Ing. A. Wurpts

Erklärung zur Diplomarbeit gemäß §23, Abs. 7 APB

Hiermit versichere ich, die vorliegende Diplomarbeit ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus den Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht worden. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 29. August 2011

Unterschrift

“Und es wird geschehen, jedes Lebewesen, das da wimmelt – überall wohin der Fluß kommt –, wird leben. Und es wird sehr viele Fische geben. Wenn dieses Wasser dorthin kommt, dann wird das Salzwasser gesund werden, und alles wird leben, wohin der Fluß kommt.“ Hesiekiel 47,9

Danksagung

“Trachtet aber zuerst nach dem Reich Gottes und nach seiner Gerechtigkeit! Und dies alles wird euch hinzugefügt werden.“ Matthäus 6,33

Diese Verheißung hat sich bei dieser Diplomarbeit auf wundersame Weise erfüllt, deswegen möchte ich mich zuallererst bei Gott bedanken, der mir z. B. die Idee geschenkt hat, wie ich den Strukturparameter implementieren kann. Aber auch für alle anderen Ideen und Hilfen bin ich ihm sehr dankbar. Respekt gebührt ihm dafür, wie er sich das alles ausgedacht hat, als er die Welt erschaffen hat.

Natürlich möchte ich auch meinem Betreuer Herrn Dr.-Ing. Wurpts danken, der mir diese Diplomarbeit überhaupt ermöglicht hat. Mit seiner guten Betreuung dieser Arbeit war es möglich, sie in relativ kurzer Zeit abzuschließen. Durch sein großes Fachwissen insbesondere auf numerischem Gebiet habe ich sehr viel lernen können. Wahrscheinlich werde ich in diesem Bereich nie wieder so viel wissen wie jetzt.

Bei Prof. Zanke möchte ich mich für die Möglichkeit bedanken, an seinem Institut mein Studium abzuschließen. Bei ihm habe ich in den letzten Jahren viel Lernen können und Wasserbau gehörte neben Hydrologie, Geotechnik und Stahlbau zu meinen Lieblingsvorlesungen. Es stand für mich zwar schon lange fest, dass ich Wasserbau studieren wollte, aber durch seine Vorlesungen habe ich es lieben gelernt.

Auch beim Institut WAR möchte ich mich bedanken, insbesondere bei Manuel Sturm und Dr.-Ing. Sonnenburg. Lange Zeit war ich dort als Hilfwissenschaftler tätig und habe dort die numerische Strömungssimulation kennen gelernt. Für die Zeit meiner Diplomarbeit wurde mir freundlicherweise das Softwarepaket FLUENT und ein Arbeitsplatz zur Verfügung gestellt. Glücklicherweise, bleibe ich noch eine Zeit an diesem Institut und freue mich jetzt schon darauf.

Meinen Freunden Klaus, Raphael und Kai sei auch recht herzlich gedankt für die moralische Unterstützung und die Zeit in der Mensa während der Mittagspausen.

Ich danke natürlich auch für die Unterstützung aus der Familie, insbesondere bei denen, die das hier alles Korrektur gelesen haben. Keine leichte Aufgabe, bei all den Formeln.

Zusammenfassung

In den Ästuaren Norddeutschlands fallen erhebliche Mengen an Schlick (fluid mud) an. Diese aus Feinsedimenten bestehende Masse ist zunächst eine zähe Flüssigkeit, die aber mit der Zeit konsolidiert und dann ein Hindernis für die Schifffahrt darstellt. Erhebliche Anstrengungen werden unternommen, um den Schlick zu entfernen, damit die Wasserstraßen für Schiffe passierbar bleiben.

Numerische Strömungsmodelle nehmen an Bedeutung für die Lösung von Strömungsproblemen zu. Sogar großräumige Modelle für ganze Ästuare werden am Computer erstellt. Dabei nimmt auch die Komplexität dieser Modelle zu. Ein Schritt in diese Richtung ist, Schlick mit seinen besonderen Eigenschaften in diese Modelle zu integrieren.

Als kohäsives Feinsediment hat Schlick die Eigenschaft Flocken zu bilden, die den Absinkprozess beschleunigen. Bei einer bestimmten Konzentration nimmt die Absinkgeschwindigkeit wieder ab, was als "hindered settling" bezeichnet wird. So entsteht mit der Zeit eine hochkonzentrierte Schlickschicht, die sich von der Dynamik der Klarwasserzone entkoppelt. Diese Phasentrennung führt zu einer geschichteten Strömung. Schlick ist eine Flüssigkeit mit plastischen (nicht Newton'schen) Materialeigenschaften. Für die Beschreibung dieser Eigenschaften kommt das rheologische Modell von Worrall und Tuliani zum Einsatz. Es besitzt eine hohe Anfangsviskosität und hat die Eigenschaft der Verflüssigung (shear thinning). Zudem ist Schlick thixotrop, das heißt die Viskosität ist zeitabhängig. Diesen Effekt kann man durch einen Strukturparameter beschreiben, der von Moore eingeführt wurde. Er legt fest, wie schnell sich die Struktur zwischen den Flocken bildet und wie stark diese durch Scherung zerstört wird.

All diese Effekte und Eigenschaften sollen in dieser Arbeit qualitativ modelliert werden.

Schlüsselwörter: Schlick (fluid mud), nicht Newton'sches Materialverhalten, Thixotropie, Flockulation, geschichtete Strömung (stratified flow)

Abstract

Huge volumes of fluid mud accumulate in the estuaries of northern Germany. The fine material suspension is a ductile fluid, but consolidates with time. Than it is an obstacle for shipping and has to be removed.

Computational fluid dynamics (cfd) is a widely used tool, to solve fluid dynamic tasks. Even whole estuaries are modeled with cfd. The complexity of this models increases, so this thesis is a further step, to consider the special properties of fluid mud in flow simulations.

The cohesive clay and organic particles tend to flocculation, means the settling velocity increases with the concentration. After a certain concentration hindered settling appears, and the settling velocity decreases. After some time a hyperconcentrated flow appears, which leads to stratified flow. Fluid mud is a non Newtonian fluid. It has a high initial viscosity, but at higher shear rates the viscosity decreases, this is called shear thinning. A rheological model of Worrall and Tuliani is used, to describe this viscous property. Thixotropie is modeled with a structural parameter, which is introduced by Moore. It describes the build-up of structure with time and the destruction by shear

All this effects and properties are modeled in this thesis.

Keywords: Fluid mud, non Newtonian property, thixotropy, flocculation, stratified flow

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis	VIII
Abbildungsverzeichnis	IX
1. Einleitung	1
2. Grundlagen	6
2.1. Modellversuche und Computermodelle	6
2.2. Kontinuitätsgleichung	8
2.3. Impulsgleichung	9
2.4. Transportgleichung	10
2.5. Turbulenzmodelle	11
2.5.1. Nullgleichungsmodell	13
2.5.2. Spalart-Allmaras Modell	13
2.5.3. k-epsilon Modell	13
2.5.4. k-omega Modell	17
2.5.5. Reynolds Spannungsmodell RSM	18
3. Modellgeometrie	19
3.1. Netzgenerierung	19
3.1.1. Sensitivitätsanalyse	19
3.1.2. Verwendetes Netz	23
3.1.3. Bedingung für die Wandfunktion	23
3.2. Randbedingungen	24
3.2.1. Einlass	24
3.2.2. Auslass	28
3.2.3. Sohle	28
3.2.4. Oberfläche	29
4. Modelleinstellungen	30
4.1. Solver	30
4.2. Materialeigenschaften	32
4.2.1. Dichte	32
4.2.2. Diffusion	33
4.2.3. Viskosität	33
4.2.4. Thixotropie	37
4.3. Sinkgeschwindigkeit	44

5. Ergebnisse	48
6. Ausblick	56
Literaturverzeichnis	57
A. Contors	59
B. Plots	65
C. Parameter für das rheologische Modell	66
D. Dateien	68

Tabellenverzeichnis

3.1. Netzstrukturen	19
3.2. Gradienten der Geschwindigkeit und der Konzentration	22
3.3. Kennzahlen zur Validierung des Turbulenzmodells	26

Abbildungsverzeichnis

1.1. Der Hamburger Hafen [24]	1
1.2. Die Cosco Germany [23]	2
1.3. Ausbau der Unterweser vom 19. Jhrh. bis heute [15]	3
1.4. Das Jade-, Weser- und Elbeästuar [26]	3
1.5. Schlick in suspensierter Form und als Flocken [7]	4
2.1. Netztopologie für ein 2D Netz mit Rechtecken	7
2.2. Flüsse einer Zelle [9]	8
2.3. Newton'sches Fluid	9
2.4. Konvektion eines gelösten Stoffes [4]	10
2.5. Diffusion eines gelösten Stoffes [4]	11
2.6. Verteilung der kinematischen turbulenten Viskosität über die Tiefe [5] .	14
2.7. Die verschiedenen Zonen der Geschwindigkeitsverteilung [2]	17
3.1. Geschwindigkeitsprofile für unterschiedliche Netze	20
3.2. Konzentrationsprofile für unterschiedliche Netze	21
3.3. Das verwendete feine Netz	23
3.4. Knotenwerte für Geschwindigkeit U am Auslass	25
3.5. Wave boundary Layer: Geschwindigkeitsprofil durch Wellen beeinflusst [12]	25
3.6. Verteilung der turbulenten kinematischen Viskosität	26
3.7. Berechnete Verteilung von k und epsilon	27
3.8. Von Rodi berechnete Verteilung von k und epsilon [11]	28
4.1. Schema des Lösungsalgorithmus' für den dichtebasierten Solver [2] . . .	31
4.2. Rheologische Modelle	34
4.3. Rheologisches Modell von Worrall-Tuliani [18]	35
4.4. Viskosität im Worrall-Tuliani Modell [18]	35
4.5. Rheologische Messungen für zunehmende Schlickkonzentrationen [18] .	36
4.6. Curve-fitting für die Fließkurve	37
4.7. Curve-fitting für die Viskosität	38
4.8. Thixotropes Verhalten von Schlick	38
4.9. Die räumliche Verteilung von λ	41
4.10. Die zeitliche Veränderung des Strukturparameters während einer Simu- lation	41
4.11. Einfluss des Parameters a auf λ implizit gerechnet	42
4.12. Fließkurve mit Thixotropie aus der Simulation	44

4.13. Fließkurve ohne Thixotropie aus der Simulation	45
4.14. Konzentrationsprofil für konstante Sinkgeschwindigkeit in ungeschichteter Strömung	46
4.15. Sinkgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Konzentration	47
5.1. Die Modellstruktur	49
5.2. Konzentrationsprofil	49
5.3. Dichteprofil	50
5.4. Profile der turbulenten Viskosität, Diffusion und molekularen Viskosität	51
5.5. Profil des Strukturparameters λ	52
5.6. Geschwindigkeitsprofil	53
5.7. Vektorprofil mit Konzentration	54
5.8. Animation (bitte in die Box klicken, geht natürlich nur in der pdf Version)	55
A.1. Räumliche Verteilung der Dichte	59
A.2. Räumliche Verteilung der Geschwindigkeit	59
A.3. Räumliche Verteilung der turbulenten kinetischen Energie	60
A.4. Räumliche Verteilung der Dissipationsrate	60
A.5. Die Generierung turbulenter kinetischer Energie	61
A.6. Räumliche Verteilung der turbulenten Viskosität	61
A.7. Räumliche Verteilung der Schlickkonzentration	62
A.8. Räumliche Verteilung der Diffusion	62
A.9. Räumliche Verteilung des Strukturparameters	63
A.10. Räumliche Verteilung der Sinkgeschwindigkeit	63
A.11. Räumliche Verteilung der molekularen Viskosität	64
A.12. Räumliche Verteilung der Konzentration beim groben Netz mit Boundary Layer	64
B.1. Molekulare Viskosität beim groben Netz. Es tritt keine Verflüssigung auf	65
C.1. Regression für die Anfangsviskosität μ_0	66
C.2. Regression für die Binghamviskosität μ_∞	67
C.3. Regression für Schubspannung τ_B	67

Abkürzungen

CAD	Computer Aided Design (Programme für technische Zeichnungen)
CFD	Computational Fluid Dynamics (numerische Strömungssimulation)
EFC	Equilibrium Flow Curve (Gleichgewichtskurve)
FEM	Finite Elemente Methode
FDM	Finite Differenzen Methode
FVM	Finite Volumen Methode
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes (Reynoldsgleichung in Erhaltungsform)
SKN	Seekartennull
TEU	Twenty Foot Equivalent Unit (Standardcontainer)
udf	User Defined Function (benutzerdefinierte Funktion)
uds	User Defined Scalar (benutzerdefinierter Skalar)

Symbolverzeichnis

a	Parameter für den Aufbau des Strukturparameters λ
b	Parameter für den Abbau des Strukturparameters λ
c	Konzentration des gelösten Stoffes (Schlick) [kg/m^3]
c_a	Referenzkonzentration
d	Korndurchmesser [m]
C_s	Parameter für die Ungleichförmigkeit der Rauheit (0,5=Nikuradse Rauheit)
$C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, C_{\mu}$	Empirische Konstanten für das Standard $k - \epsilon$ Modell
D	Scherrate [1/s]
E	Rauheitsparameter (9,793)
G	Generierung turbulenter kinetischer Energie [$kg/(ms^3)$]
G_b	Generierung turbulenter kinetischer Energie mit Buoyancy Effekt [$kg/(ms^3)$]
g_i	Erdbeschleunigung in Indexschreibweise [m/s^2]
h	Fließtiefe [m]
k	Turbulente kinetische Energie [m^2/s^2]
k_s	Parameter für die Sinkgeschwindigkeit
K_s	Nikuradse Rauheit [m]
K_s^+	Dimensionslose Rauheitshöhe
m	Parameter für die Sinkgeschwindigkeit
Pr_t	Turbulente Prandtl Zahl (0.85)
t	Zeit [s]
U	Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung [m/s]
u_i, u_j	Geschwindigkeitskomponenten in Indexschreibweise [m/s]
$\overline{u_i}, \overline{u_j}$	Gemittelte Geschwindigkeit in Indexschreibw. [m/s]
u'_i, u'_j	Schwankungswerte der Geschwindigkeit in Indexschreibweise [m/s]
U^*	Schubspannungsgeschwindigkeit [m/s]
V	Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung [m/s]
\vec{v}	Geschwindigkeitsvektor
W	Geschwindigkeitskomponente in z-Richtung [m/s]
w_s	Sinkgeschwindigkeit [m/s]
w_p	Partikel Sinkgeschwindigkeit [m/s]
x	Raumkoordinate [m]
x_i, x_j	Raumkoordinaten in Indexschreibweise [m]
y	Raumkoordinate [m]
y_a	Abstand des Referenzpunktes zur Sohle [m]
y_w	Wandabstand (Abstand der Wand zum Zellmittelpunkt der angrenzenden Zelle) [m]
y^+	Dimensionsloser Wandabstand
z	Raumkoordinate [m]

α	Parameter für die Sinkgeschwindigkeit
β	Parameter für die Sinkgeschwindigkeit
Γ	Turbulente Schmidtzahl (1,3) [-]
ΔB	Rauheitsterm
ε_i	Diffusionsparameter [kg/(ms)]
$\varepsilon_{t,i}$	Turbulenter Diffusionsparameter [kg/(ms)]
ϵ	Turbulente Dissipationsrate [m^2/s^3]
ζ	Schwebstoffzahl
κ	Von Karman'sche Konstante (0,4187)
λ	Strukturparameter [-]
λ_0	Wert für voll ausgebildete Struktur (1) [-]
μ	Molekulare dynamische Viskosität [kg/(ms)]
μ_t	Turbulente dynamische Viskosität [kg/(ms)]
μ_0	Anfangsviskosität [kg/(ms)]
μ_∞	Binghamviskosität [kg/(ms)]
ν	Molekulare kinematische Viskosität [m^2/s]
ν_t	Turbulente kinematische Viskosität [m^2/s]
ρ	Dichte des Fluids [kg/m^3]
ρ_s	Dichte von Schlick [kg/m^3]
ρ_w	Dichte von Wasser [kg/m^3]
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$	Empirische Konstanten für das Standard $k - \epsilon$ Modell
τ	Schubspannung [Pa]
τ_B	Bingham Schubspannung [Pa]
τ_y	Yield stress [Pa]

1. Einleitung

Die wichtigsten deutschen Häfen liegen nicht an der Küste, sondern etwas landeinwärts an einem Fluss. Hamburg, der größte deutsche Hafen mit 134,8 Mio Tonnen Handelsvolumen im Jahr 2006, liegt an der Elbe (Abbildung 1.1), Bremerhaven und Bremen mit zusammen 65,1 Mio Tonnen Handelsvolumen an der Weser und Wilhelmshaven mit 32,9 Mio Tonnen Handelsvolumen an der Jade. [26]



Abbildung 1.1.: Der Hamburger Hafen [24]

Im Zuge der Industrialisierung wurden die Schiffe immer größer. Waren es früher noch leichte Holzschiffe mit geringem Tiefgang, die die Häfen anliefen, sind es heute riesige Frachtschiffe, die ihre Ladung zu den Häfen transportieren. Zu einer gewissen Berühmtheit hat es die Cosco Germany gebracht (Abbildung 1.2). Dieses Containerschiff fasst 8204 TEU (Container), ist 334m lang, 42,5m breit und hat einen Tiefgang von 14,5m und wurde in den Medien oft als Symbol der Globalisierung oft verwendet. Diese Größe zählt zu der Post-Panamax-Klasse, d. h. sie sind für den Panama Kanal schon zu groß. Deswegen wird auch überlegt, den Panama Kanal zu vergrößern, um solchen Schiffen die Durchfahrt zu ermöglichen. Je größer solche Schiffe werden, desto geringer sind die Transportkosten für die einzelnen Waren. Auch wenn die Cosco Germany zu den größten Containerschiffen gehört, so wurde 2006 die “Emma-Maersk” einer dänischen Reederei vorgestellt. 400m lang, die Anzahl der TEUs ist aber geheim, man vermutet um die 13.000. Es gab zwar schon Pläne für Riesen mit bis zu 18.000 TEU, aber derzeit scheint man eine Grenze erreicht zu haben, wo andere Faktoren eine

weitere Vergrößerung unwirtschaftlich machen. So fährt ein Containerschiff ähnlich wie ein Bus mehrere Häfen auf einer festen Route ab. Sind die Schiffe zu groß schränkt das die Flexibilität ein, denn nicht jeder Hafen kann solche Schiffe aufnehmen. [24] [22]



Abbildung 1.2.: Die Cosco Germany [23]

Um wettbewerbsfähig zu bleiben, mussten sich die Häfen an die neuen Schiffsgrößen anpassen, was dazu führte, dass die Wasserstraßen entsprechend vertieft werden mussten. Dies soll am Beispiel der Unterweser, die nach Bremen führt, gezeigt werden. Ende des 19. Jhrh. wurde die Unterweser zum ersten Mal ausgebaut und zwar auf 5m Tiefe. Anfang des 20. Jhrh. wurde die Unterweser weiter auf 7m vertieft, von 1953 – 1958 dann auf 8,7m und schließlich 1973 – 1978 auf 9m. Um die Größenordnung dieser Baumaßnahmen besser einschätzen zu können, sind diese in Abbildung 1.3 dargestellt. Derzeit befindet sich eine weitere Vertiefung in Planung vor allem die Außenweser, die nach Bremerhaven führt soll auf 14m unter SKN vertieft werden. [25]

Mit solchen Eingriffen wird das morphologische Gleichgewicht natürlich erheblich gestört. Nicht nur der Tidehub wird deutlich größer, sondern auch die Fließgeschwindigkeiten bei Ebbe und Flut verändern sich. Die Fließgeschwindigkeit bei Flut sind deutlich größer als die bei Ebbe, was dazu führt, dass Sediment vom Meer in den Fluss getragen wird, sich dort ablagert und durch die niedrige Sinkgeschwindigkeit bei Ebbe nicht wieder erodiert wird. Es ist so, als ob der Fluss seinen ursprünglichen Gleichgewichtszustand wieder herstellen möchte. Deswegen sind Unterhaltungsbaggerungen nötig, um die Tiefe garantieren zu können. Allerdings kann man mit Hilfe von Buhnen und Leitwerken diese Unterhaltungsbaggerungen minimieren und so das Problem relativ gut in den Griff kriegen. [15]

Bei Ästuaren (trichterförmige Flussmündungen) hat man aber nicht nur Probleme mit Sedimenten, sondern auch mit Feinsedimenten, die sich absetzen und zu Schlick (fluid mud) werden. Das Material kann mineralisch oder organisch sein. Der größere Teil entfällt auf die mineralische Fraktion in Form von Tonmineralien, das sind feine

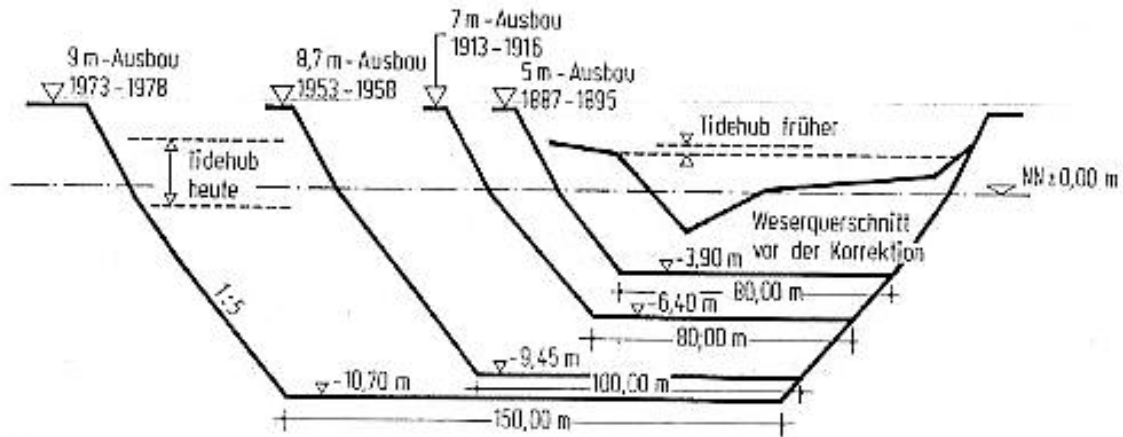


Abbildung 1.3.: Ausbau der Unterweser vom 19. Jhrh. bis heute [15]

Quarzplättchen, die kleiner als $0,002\text{mm}$ sind. Sie haben eine für Quarz typische Dichte von $2,6\text{t/m}^3$, sinken aber wegen ihrer Form und Größe nur sehr langsam ab. Der organische Teil des Schlicks besteht aus Organismen, die vom Fluss mitgeführt werden, aber den erhöhten Salzgehalt im Mündungsbereich nicht vertragen und absterben, oder umgekehrt vom Meer kommen und den niedrigen Salzgehalt nicht vertragen und ebenfalls absterben. Dieses organische Material hat eine Dichte, die nur geringfügig höher ist, als die Dichte von Wasser und so ebenfalls nur sehr langsam absinkt. Der organische Anteil schwankt erheblich, von über 60% in Seen bis hin zu weniger als 1% in Flussdeltas. Der Schlick der Weser hat einen organischen Anteil von 15%. Der organische Anteil, auch wenn er nur gering ist, hat doch große Auswirkungen auf die Eigenschaften von Schlick. Denn dort finden Abbauprozesse statt, die zur Methangasbildung führen. Abgesehen davon, dass Methan ein klimaschädliches Gas ist, verändert es die Dichte und die Viskosität. Auch die zeitliche Variabilität der Viskosität (Thixotropie) wird in hohem Maß von dem organischen Anteil bestimmt. [6] [7] [8]



Abbildung 1.4.: Das Jade-, Weser- und Elbeästuar [26]

Solange der Schlick in suspensierter Form vorliegt, würde er gar nicht stören. Auch sind die Partikel zu klein, um schnell abzusinken. Allerdings haben diese feinen Partikel die Eigenschaft sich gegenseitig anzuziehen und so größere Flocken zu bilden. Diese Flocken sinken relativ schnell ab. Diesen Effekt macht man sich bei der Abwassertechnik in Kläranlagen, aber auch bei anderen technischen Anwendungen zunutze. In Ästuaren hat dies allerdings den unangenehmen Effekt, dass sich dadurch in strömungsberuhigten Bereichen wie in Hafenbecken oder an der Flusssohle, wo während dem Übergang von Ebbe zu Flut die Fließgeschwindigkeiten sehr niedrig sind, Schlick ablagert. Zunächst bildet sich dort eine zähe aber noch fließfähige Schlickschicht, die von Schiffen noch passiert werden kann. Mit der Zeit (Tage bis Jahre) konsolidiert diese Schlickschicht aber zu einer festen Packung, die dann für Schiffe nicht mehr passierbar ist.

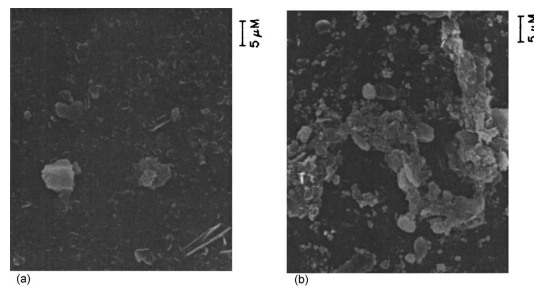


Abbildung 1.5.: Schlick in suspensierter Form und als Flocken [7]

Um dem Vorzubeugen gibt es prinzipiell 3 Möglichkeiten:

- Verhindern, dass Schlick nachkommt
- Dafür sorgen, dass der Schlick in Bewegung bleibt
- Ausbaggern

Diese Vorgehensweisen gelten sowohl für Sedimente als auch für Schlick. Um zu verhindern, dass Schlick nachkommt, kann man z.B. Sedimentfallen bauen, wo der Schlick hängen bleibt und nicht die nördlichen Gebiete erreicht. Dämme und Wehre halten ebenfalls Sediment zurück. Eine Pflanzendecke über dem Einzugsgebiet sorgt dafür, dass weniger Boden erodiert und in die Flüsse eingetragen wird.

Um den Schlick in Bewegung zu halten, muss die Flockulation minimiert werden. Denn die kleinen Partikel sinken nur sehr langsam ab und werden so einfach wegtransportiert. Dazu müssen z. B. Flockungsmittel wie Eisensalze oder organisches Material, insbesondere aus Kläranlagen, möglichst aus dem Wasser herausgehalten werden. Hohe Scherraten begünstigen ebenfalls die Flockulation. Um diese zu minimieren, sollte das Gerinne so ausgebildet sein, dass wenig Wirbel entstehen. Gerade an technischen Bauwerken wie Wehren sind ebenfalls Strömungen mit hohen Scherraten zu finden, die die Flockulation begünstigen.

Letztlich bleibt noch die Möglichkeit, den Schlick regelmäßig auszubaggern. Diese Unterhaltungsbaggerungen verursachen große Kosten, alleine in Deutschland hat der

Bund im Jahr 2005 20,95 Mio € für Unterhaltungsbaggerungen ausgegeben. Davon entfällt der größte Teil mit 14,46 Mio € auf die Elbe, 2,56 Mio € auf die Weser und 3,95 Mio € auf die Jade [19]. Schlick lässt sich relativ leicht wegbaggern, unwirtschaftlich ist aber der Transport zu den Verklappungsstellen. Diese müssen natürlich so gelegen sein, dass der Schlick nicht so schnell wieder in das Gewässer fließt, und das kann unter Umständen recht weit entfernt sein. Das ist insofern sehr ineffizient, da Schlick ja zum Größten Teil aus Wasser besteht. Wenn man Schlick bei einer Konzentration von $300\text{kg}/\text{m}^3$ wegbaggert, besteht der zu etwa 70% aus Wasser. Zumal beim Baggern der Schlick noch zusätzlich verdünnt wird. Da dies natürlich sehr ineffizient ist, überlegt man sich Alternativen dazu. Eine Möglichkeit wäre, den Schlick wieder aufzuwirbeln, sodass er erneut in Suspension geht und dann durch die natürliche Strömung wegtransportiert wird. Oder man hofft, dass es wieder eine Zeit dauert, bis der Schlick erneut absinkt und die Schifffahrt behindert, um ihn dann erneut aufzuwirbeln. Das ist schon in einigen Fällen probiert worden, aber mit unterschiedlichem Erfolg. Es scheint zu funktionieren, wenn in unmittelbarer Umgebung tiefere Stellen sind, wo sich der aufgewirbelte Schlick dann absetzen kann. Insgesamt weiß man aber noch recht wenig über diesen Prozess. Zum einen hat Schlick besondere viskose Eigenschaften. Schlick wird immer flüssiger, je stärker man darin rührt, d. h. er hat nicht Newton'sche Eigenschaften. Zudem ist Schlick eine thixotrope Flüssigkeit. Das heißt, dass sich mit der Zeit eine Struktur bildet, die die Viskosität erhöht. Wenn man es aufwirbelt hat es zunächst eine niedrige Viskosität, mit der Zeit baut sich die Struktur wieder auf und hat wieder eine hohe Viskosität. All diese Besonderheiten (Flockulation, nicht Newton'sches Materialverhalten und Thixotropie) kennt man zwar, hat sie aber noch nicht zusammenhängend modelliert. Gelingt es, diese Eigenschaften in großräumigen Modellen für ein ganzes Ästuar zu implementieren, könnte man damit abschätzen, unter welchen Bedingungen diese Methode mit der Aufwirbelung erfolgreich sein könnte und könnte somit Unterhaltungskosten einsparen. Das vorliegende Modell soll dazu dienen, qualitative Erkenntnisse über diese komplexen Zusammenhänge zu bekommen, um diese dann in großräumigen Modellen anzuwenden. [7] [8]

2. Grundlagen

2.1. Modellversuche und Computermodelle

Die Grundgleichungen der Strömungsmechanik sind schon lange bekannt. Allerdings lassen sich die partiellen Differentialgleichungen nur in einigen Sonderfällen analytisch lösen, z. B. für die Hydrostatik oder reibungsfreie Strömungen. Für die allermeisten Strömungsaufgaben gab es daher keine mathematischen Lösungen und so war man auf Modellversuche angewiesen. Man hat mit großem Aufwand Strömungsmodelle gebaut und aus den daraus gewonnenen Erkenntnissen Geometrien strömungstechnisch optimiert. Beispiele sind die Windkanäle, wo Flugzeugmodelle oder Fahrzeugmodelle hinsichtlich ihrer aerodynamischen Form getestet werden. Dasselbe gilt auch für den Wasserbau, wo Hafenanlagen und Wasserkraftanlagen strömungstechnisch untersucht werden. Diese Herangehensweise war bis vor wenigen Jahren Stand der Technik. Nachteilig sind die hohen Kosten und die Grenzen, die durch die Modellgesetze vorgegeben sind. Ein Modell ist, auch wenn es kleiner ist als sein Prototyp, in seinen Abmessungen dem Prototyp ähnlich, d. h. die Längenverhältnisse sind gleich. Die Frage ist nun, ob auch die Strömungsverhältnisse bei einem kleineren Modell ähnlich sind. Dafür gibt es im Wesentlichen zwei Modellgesetze, die die Ähnlichkeit von Strömungen festlegen: die Reynolds'sche Ähnlichkeit (wo Reibung eine große Rolle spielt) und die Froude'sche Ähnlichkeit (bei Freispiegelströmungen). Streng genommen müssten für eine ähnliche Strömung beide Gesetze eingehalten werden, das ist aber nicht immer möglich. Anhand dieser Modellgesetze werden dann die Randbedingungen für die Strömung festgelegt, die Geschwindigkeit zum Beispiel. Leider kommt man da recht schnell an Grenzen, da entweder die Modelle immer größer werden (und damit teurer), oder die Strömungsgeschwindigkeit unglaublich groß sein muss, um eine ähnliche Strömung zu erzeugen.

Mit dem Aufkommen des Computers geht man daher immer mehr dazu über, solche Strömungsprobleme mit dem Computer zu lösen (Computational Fluid Dynamics CFD). Das ist sehr viel kostengünstiger als die Modellversuche und man ist nicht an die Modellgesetze gebunden. Man kann theoretisch ausrechnen, wie sich eine Strömung verhält, wo ein Wasserstrahl mit Schallgeschwindigkeit in ein ruhendes Wasserbecken trifft. Auch wenn CFD auf dem Vormarsch ist, sollte man dennoch skeptisch bleiben. Denn auch wenn der Computer heutzutage in der Lage ist, die Grundgleichungen für allgemeine Fälle zu lösen, so stecken doch einige grobe Annahmen und Vereinfachungen in diesen Computermodellen drin. Das muss man einfach wissen, wenn man diese Modelle benutzt. Deshalb werden Modellversuche auch weiterhin benötigt, um die CFD Ergebnisse verifizieren zu können.

Man kann Strömungen für beliebige Geometrien und Randbedingungen berechnen.

Um diese aber berechnen zu können, teilt man den Fluidkörper in viele kleine Rechtecke bzw. Dreiecke in 2D und Hexaeder bzw. Tetraeder in 3D. So entsteht ein Netz (oder Gitter) bestehend aus Knoten (nodes), Zellen (cells) und Begrenzungsflächen (faces), siehe Abbildung 2.1. Die Netzgenerierung bezeichnet man auch als Diskretisierung. Um für diese kleinen Elemente die Grundgleichungen zu lösen, gibt es verschiedene Methoden.

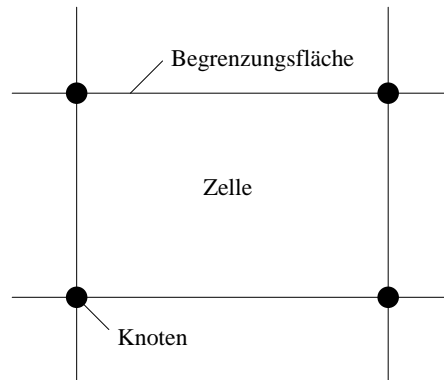


Abbildung 2.1.: Netztopologie für ein 2D Netz mit Rechtecken

Finite Differenzen Methode (FDM) Die Grundgleichungen sind Differentialgleichungen für infinitesimal kleine Elemente. Durch die Diskretisierung werden diese wieder zu endlich kleinen Elementen, an denen Differenzenquotienten gebildet werden können. Diese Methode liefert allerdings nur für strukturierte Netze gute Ergebnisse.

Finite Elemente Methode (FEM) Bei dieser Methode wird nicht einfach die Differenz zwischen zwei Knoten gebildet, sondern eine Formfunktion zwischen zwei benachbarten Knoten gelegt. Für diese Formfunktionen werden die Ableitungen gebildet, die in den Grundgleichungen vorkommen und mit dem Galerkin Verfahren (oder anderen) in einen Integralausdruck umgewandelt. Dabei wird der Fehler, der durch das Einsetzen der Formfunktionen in die Grundgleichungen entsteht, minimiert. Der Vorteil dieser Methode ist die sehr freie Netzgestaltung, da die Formfunktionen unabhängig von den Elementgrößen sind. Meistens benutzt man Dreiecke (oder Tetraeder in 3D). Nachteil ist aber ein erhöhter Speicherbedarf im Gegensatz zu den beiden anderen Verfahren.

Finite Volumen Methode (FVM) Das verwendete Programmpaket FLUENT basiert auf der Finiten Volumen Methode. Dabei werden nicht die Knoten betrachtet (wie in den beiden anderen Verfahren), sondern die Zellen, d. h. die gesuchten Größen (Geschwindigkeit, Druck, Konzentration etc.) sind in einer Zelle konstant. Die Grundgleichungen werden über die Zellen integriert. Mit Hilfe des Green-Gauß'schen Integralsatzes werden die Volumenintegrale in Oberflächenintegrale umgewandelt, wobei sich die Ordnung der Differentialquotienten der Grundgleichungen um 1 reduziert. So erhält man aus Differentialgleichungen nichtlineare algebraische Gleichungen. Diese können

sich mit verschiedenen Ansätzen zu linearen algebraischen Gleichungen umformen lassen, die dann gelöst werden (siehe Kapitel 4.1). Der Vorteil dieser Methode ist die sehr freie Netzgestaltung und der relativ niedrige Speicherbedarf.

[10] [9] [21]

2.2. Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung besagt nichts anderes, als dass keine Masse verloren geht. Man betrachtet die verschiedenen Massenströme in einem Volumen und setzt die Summe zu 0, siehe Abbildung 2.2 und Gleichung 2.1.

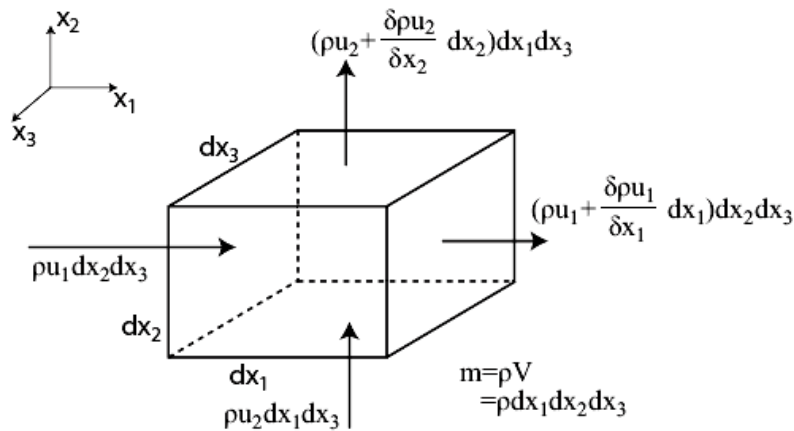


Abbildung 2.2.: Flüsse einer Zelle [9]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho W) = 0 \quad (2.1)$$

Geht in ein Kontrollvolumen mehr Masse hinein als heraus, macht sich das in der höheren Dichte bemerkbar. Das bezeichnet man als Kompressibilität. Bei Luft ist das relativ leicht möglich, bei Wasser schon wesentlich schwieriger. Deshalb wird in vielen Fällen (auch in der vorliegenden Simulation) ein inkompressibles Fluid angenommen und Gleichung 2.1 vereinfacht sich zu

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho W) = 0 \quad (2.2)$$

[9] [2]

2.3. Impulsgleichung

Die Impulsgleichung oder Navier-Stokes Gleichung beschreibt das Kräftegleichgewicht in einem Fluidkörper. Die Kräfte, die auf einen Fluidkörper wirken können, sind: Impuls, Druck (Normalkraft), Reibung (Tangentialkraft) und die Schwerkraft. Diese Kräfte sind in den jeweiligen Termen der Impulsgleichung ausgedrückt und stehen miteinander im Gleichgewicht, d. h. die Summe aller Kräfte ist 0.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (2.3)$$

In diese Gleichung ist bereits die Annahme implementiert, dass es sich um ein Newton'sches Fluid handelt. Bei einem Newton'schen Fluid ist die Schubspannung proportional zu der Scherrate. Das Ganze kann in Analogie zur Mechanik gesehen werden, wo die Reibkraft proportional zur Normalkraft ist. Was das bedeutet, ist in Abbildung 2.3 und in Gleichung 2.4 zu sehen.

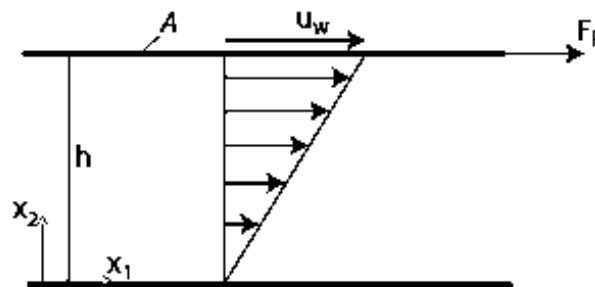


Abbildung 2.3.: Newton'sches Fluid

$$\tau = \mu \frac{\Delta u_w}{\Delta h} \quad (2.4)$$

Die molekulare Viskosität μ in der Gleichung ist eine Materialkonstante und muss experimentell bestimmt werden. Die Geräte, in denen man diese Materialkonstante misst, heißen Roto-Viskosimeter. Wasser ist ein Newton'sches Fluid und die Viskosität beträgt $0,001003 \text{ kg}/(\text{ms})$. Eine hochkonzentrierte Schlicksuspension ist aber kein Newton'sches Fluid mehr, d. h. die Viskosität ist nicht mehr konstant. Deswegen muss der Reibungsterm in der Navier-Stokes Gleichung modifiziert werden (siehe Kapitel 4.4). [9] [2]

Häufig findet man in der Literatur die kinematische Viskosität ν . Diese unterscheidet

sich durch die Dichte von der dynamischen Viskosität μ .

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.5)$$

2.4. Transportgleichung

Die Transportgleichung beschreibt den Transport eines gelösten Stoffes in einem Medium. Im vorliegenden Fall ist Schlick der gelöste Stoff, der mit dem Wasser mittransportiert wird. Dabei treten vor allem 2 Phänomene auf: die Konvektion und die Diffusion. Konvektion bedeutet, dass der gelöste Stoff mit der Geschwindigkeit des Mediums mittransportiert wird, siehe dazu Abbildung 2.4.

Konvektiver Transport
eines idealen Tracers

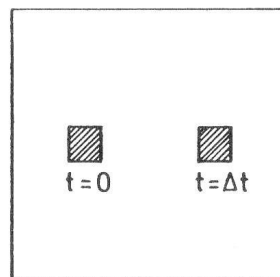


Abbildung 2.4.: Konvektion eines gelösten Stoffes [4]

Die Diffusion beschreibt ein Phänomen, bei dem sich der Stoff in Richtung seiner Konzentrationsgradienten ausbreitet. Ist in unmittelbarer Nähe des Stoffes die Konzentration sehr niedrig, diffundiert er. Dieser Prozess hält solange an, bis die Konzentration überall gleich groß ist. Ein anschauliches Beispiel ist Parfum, das sich im ganzen Raum ausbreitet, auch wenn die Luft im Raum sich nicht bewegt. Siehe dazu Abbildung A.8.

Diese Vorgänge lassen sich mathematisch gut modellieren. Eine exakte Beschreibung von Konvektion und Diffusion ist die Transportgleichung.

$$\underbrace{\frac{\partial c}{\partial t}}_{\text{instationärer Term}} + \underbrace{U \frac{\partial c}{\partial x} + V \frac{\partial c}{\partial y} + W \frac{\partial c}{\partial z}}_{\text{Konvektionsterm}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \varepsilon_x \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \varepsilon_y \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_z \frac{\partial c}{\partial z}}_{\text{Diffusionsterm}} \quad (2.6)$$

Auf der linken Seite der Gleichung ist der instationäre Term und der Konvektionsterm, auf der rechten Seite der Diffusionsterm. Im isotropen Fall sind die Diffusionsparameter für alle Richtungen gleich groß, dann gilt $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \text{const.}$ Im anisotropen

Tatsächlicher Transport
eines idealen Tracers

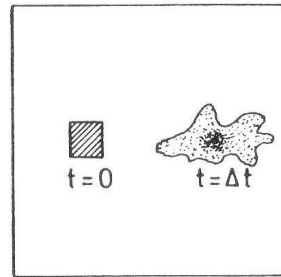


Abbildung 2.5.: Diffusion eines gelösten Stoffes [4]

Fall sind sie für alle Richtungen unterschiedlich groß, das ist in dem vorliegenden Modell aber nicht gegeben. Die Diffusionsparameter sind Materialeigenschaften und müssen als solche durch Experimente bestimmt werden. Bei turbulenten Strömungen kommt zu dem Diffusionsparameter noch ein Term hinzu, sodass sich die turbulente Diffusion wie folgt berechnet

$$\varepsilon_{t,i} = \varepsilon_i + \frac{\mu_t}{\Gamma} \quad (2.7)$$

Die turbulente Diffusion wird anstelle der Diffusionsparameter in Gleichung 2.6 gesetzt. Diese sind nun isotrop und nicht konstant. Auf die turbulente Viskosität wird in Kapitel 2.5 noch mal genauer eingegangen. Die turbulente Schmidtzahl Γ ist eine Konstante und liegt zwischen 0,7 und 1,3. In der vorliegenden Simulation wurde 1,3 verwendet, damit der Absinkprozess, der der Diffusion entgegenwirkt, schneller geht. Die turbulente Diffusion übersteigt die laminaren Diffusionsparameter um ein Vielfaches, sodass die laminaren Diffusionsparameter oft vernachlässigt werden. Anschaulich lässt es sich damit vergleichen, dass wenn man Salz in die Suppe gibt und nur sehr langsam rührt (laminare Strömung), es länger dauert, bis sich das Salz gleichmäßig verteilt, als wenn man sehr schnell rührt (turbulente Strömung). Denn bei der turbulenten Strömung sorgen kleine Wirbel dafür, dass sich der Stoff schneller gleichmäßig verteilt. Die Transportgleichung gilt in der Form nur für gelöste Stoffe wie Salz. Schlick ist aber kein gelöster Stoff, sondern liegt in suspensierter Form vor. Das bringt einige Besonderheiten mit sich, die in dieser Diplomarbeit modelliert werden sollen. [4] [17] [2]

2.5. Turbulenzmodelle

Turbulenz ist ein chaotisches Phänomen. Um dieses zu modellieren, wählt man einen stochastischen Ansatz, nämlich dass neben dem gemittelten Wert auch ein Schwankungswert existiert. Das gilt für Geschwindigkeiten, genauso wie für Druck und andere

Größen. Beispielhaft soll dies an der Geschwindigkeit gezeigt werden.

$$U = \bar{u} + u' \quad (2.8)$$

Dies kann man für alle anderen Größen auch tun und dies dann in die Navier-Stokes Gleichung einsetzen (siehe Gleichung 2.3). Man bekommt nach einigen Umformungen die so genannten Reynoldsgleichungen in Erhaltungsfom (engl. Reynolds-averaged Navier-Stokes, RANS). Diese Gleichung ist eine massengewichtete Mittelung (Favre-Mittelung) und als solche auch für Strömungen mit variierender Dichte geeignet.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (2.9)$$

Dasselbe kann man auch mit der Kontinuitätsgleichung machen (siehe Gleichung 2.1) und bekommt nach einigen Umformungen

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (2.10)$$

Wobei durch die Mittelung alle Terme mit u' herausfallen, so dass sich an der Kontinuitätsgleichung nichts ändert. Allerdings hat man in der Reynoldsgleichung jetzt 9 unbekannte mehr. Diese befinden sich im Reynolds-Spannungstensor, der wie folgt definiert ist

$$\overline{u'_i u'_j} = \begin{pmatrix} \overline{u' u'} & \overline{v' u'} & \overline{w' u'} \\ \overline{u' v'} & \overline{v' v'} & \overline{w' v'} \\ \overline{u' w'} & \overline{v' w'} & \overline{w' w'} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Der Tensor beschreibt letztlich, dass der Strömung durch Turbulenz Energie entzogen wird, die dann in Wirbel und letztlich in Wärme umgewandelt wird. Wie viel Energie verloren geht, hängt von der Geschwindigkeit und der turbulenten Viskosität ab. Analog zu einer molekularen Viskosität (in der RANS das μ), die der Strömung auch Energie entzieht, definiert man eine turbulente Viskosität μ_t . Die turbulente Viskosität ist um Größenordnungen größer als die molekulare Viskosität. Allerdings ist die turbulente Viskosität keine Materialeigenschaft. Man geht außerdem davon aus, dass die turbulente Viskosität isotrop ist, d. h. in alle Richtungen gleich groß ist. Insgesamt nennt man das die Boussinesq-Hypothese. So lässt sich der Reynolds-Spannungstensor auch wie folgt schreiben

$$\overline{u'_i u'_j} = -\mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (2.12)$$

Der Reynolds-Spannungstensor ist symmetrisch, raum- und zeitabhängig, ungleich 0 und eben unbekannt. Deshalb spricht man von dem Schließungsproblem. Immerhin hat man durch die Einführung der turbulenten Viskosität nur noch eine statt 9 Unbekannte. Um dieses Problem zu lösen, gibt es mehrere semi-empirische Ansätze, die im Folgenden erklärt werden. [5] [10] [17] [9] [2]

2.5.1. Nullgleichungsmodell

Nullgleichungsmodelle heißen so, weil sie keine Differentialgleichungen beinhalten. Es gibt aber eine algebraische Gleichung für die turbulente Viskosität μ_t . Daneben gibt es noch eine turbulente Prandtlzahl. Dieser Ansatz ist der einfachste, beschreibt die Turbulenz aber nur unzureichend. Genau genommen wird ja weiterhin laminar gerechnet, nur mit einer höheren Viskosität. [10]

2.5.2. Spalart-Allmaras Modell

Etwas besser ist das Spalart-Allmaras Modell. Für die kinematische turbulente Viskosität wird die Transportgleichung gelöst. Daneben gibt es eine Dämpfungsfunktion für wandnahe Bereiche. Das Modell ist geeignet für niedrige Reynoldszahlen, und wenn kein Wert auf eine akkurate Turbulenzmodellierung gelegt wird. Es ist dafür sehr robust und unanfällig für Fehler. Allerdings findet dieses Modell wenig Anwendung in der offenen Gerinnesimulation. [5] [2]

2.5.3. k-epsilon Modell

Dann gibt es zwei Turbulenzmodelle mit 2 Gleichungen: das $k - \epsilon$ Modell und das $k - \omega$ Modell. Diese haben den Vorteil, dass sie ein größeres Anwendungsspektrum haben, die Turbulenz besser abbilden als Modelle mit einer Gleichung und mit relativ wenig Rechenaufwand zu bewältigen sind. Deswegen gibt es auch einige Varianten von beiden Modellen. Das Standard $k - \epsilon$ Modell ist das mit Abstand am weitesten verbreitete Turbulenzmodell. Es wird auch für die vorliegende Simulation angewendet, weil es effizient zu rechnen ist, die Turbulenz hinreichend genau beschreibt und durch viele Messungen validiert worden ist und man somit die Simulation gut mit Messungen vergleichen kann. Es wurde 1974 von B. E. Launder und D. B. Spalding entwickelt. Es zeichnet sich durch seine Effizienz und eine große Anwendungsbreite aus. Der Ansatz ist semi-empirisch und hat den Vorteil, dass mit nur 2 Gleichungen die Turbulenz für die meisten Anwendungsfälle hinreichend genau beschreibt [2]. Dabei berechnet sich die turbulente Viskosität, mit der dann der Reynolds-Spannungstensor berechnet wird, wie folgt

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.13)$$

Nach Messungen von Nezu/Nakagawa [5] in Laborversuchen ist die turbulente Viskosität quadratisch über die Tiefe verteilt, siehe Abbildung 2.6. Diese Verteilung ergibt sich auch für numerische Strömungssimulationen. Dazu werden für k und ϵ jeweils folgende Transportgleichungen gelöst. [10] [5]

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} + W \frac{\partial k}{\partial z} = G - \epsilon + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) \quad (2.14)$$

$$U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} + W \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} G + C_{\epsilon 2} \epsilon) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) \quad (2.15)$$

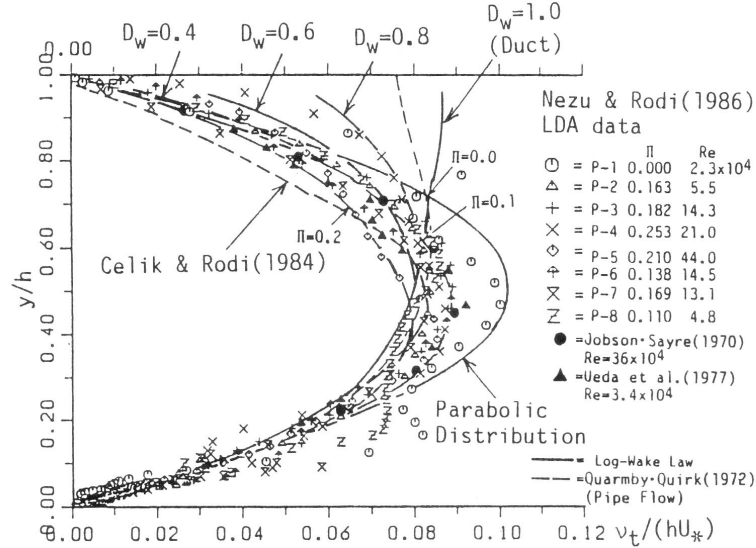


Figure 6.6 Comparison between calculated and measured distributions of eddy viscosity $\nu_t / (hU_*)$ in 2-D open-channel flows.

Abbildung 2.6.: Verteilung der kinematischen turbulenten Viskosität über die Tiefe [5]

Letztlich handelt es sich bei dem $k - \epsilon$ Modell um ein komplexes Zusammenspiel von Generierung und Zerstörung turbulenter Energie. Der Vorteil des $k - \epsilon$ Modells liegt darin, dass die Werte für k und ϵ nur am Einlass vorgegeben werden müssen. Zwar pendeln sich die Werte schon irgendwie ein, trotzdem ist es wichtig, in welcher Größenordnung sie am Rand vorgegeben werden und welche Verteilung sie haben (siehe Kapitel 3.2.1).

Die empirischen Konstanten in den Transportgleichungen wurden anhand vieler Messungen bestätigt und so festgelegt, dass ein logarithmisches Geschwindigkeitsprofil erzeugt wird [5]. Die Werte für die empirischen Konstanten sind:

C_μ	0,09
$C_{\epsilon 1}$	1,44
$C_{\epsilon 2}$	1,92
σ_k	1,0
σ_ϵ	1,3

Schichtungseffekte

Die Generierung turbulenter kinetischer Energie (das G aus der Transportgleichung für k) ist wie folgt definiert

$$G = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (2.16)$$

Da der Geschwindigkeitsgradient bei einer logarithmischen Geschwindigkeitsverteilung in Sohlhöhe am größten ist, ist die Generierung turbulenter kinetischer Energie an der Sohle am größten. In der vorliegenden Simulation befindet sich eine Schlicksuspension. Durch die Sinkgeschwindigkeit der feinen Schlickpartikel bildet sich ein Konzentrationsprofil aus, wobei die Schlickkonzentration an der Sohle am größten ist. Da eine hochkonzentrierte Schlicksuspension schwerer ist als Wasser, entsteht ein Dichtegradient. Das hat eine dämpfende Wirkung auf die turbulente Viskosität an der Grenzschicht. Dieses Phänomen kann man mathematisch beschreiben und in das Turbulenzmodell einbauen, es heißt Buoyancy Effekt. Dieser verändert die Gleichung für die Generierung turbulenter kinetischer Energie wie folgt

$$G_b = -g_i \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (2.17)$$

Wenn der Dichtegradient groß genug ist, findet eine vollständige Dämpfung der turbulenten Viskosität an der Grenzschicht statt und man erhält eine geschichtete Strömung. Durch die lokal geringere turbulente Viskosität wird auch die Geschwindigkeitsverteilung lokal geändert. [2]

Wandfunktion

Das $k - \epsilon$ liefert gute Ergebnisse für das Innere einer turbulenten Strömung. Schwierig hingegen ist die Beschreibung der Turbulenz in Wandnähe, deshalb gibt es eine Reihe von Varianten, die die Turbulenz in Wandnähe beschreiben. An Wänden gilt die Haftbedingung, d. h. die Geschwindigkeit ist 0. Im Allgemeinen ist die Geschwindigkeitsverteilung logarithmisch, was dazu führt, dass in Wandnähe sehr hohe Geschwindigkeitsgradienten auftreten. Auch das ϵ wird sehr groß. Um eine gute numerische Lösung in Wandnähe zu bekommen gibt es prinzipiell zwei Lösungsansätze.

1. Man macht das Netz in Wandnähe sehr fein, um die Geschwindigkeitsgradienten niedrig zu halten.
2. Man benutzt eine Wandfunktion, um die Effekte in Wandnähe zu beschreiben.

Ersteres ist sehr rechenintensiv, da ein sehr feines Netz benötigt wird. Deshalb ist die zweite Variante eher zu empfehlen, da es hinreichend genaue empirische Wandfunktionen gibt, die gute Ergebnisse liefern und wenig Rechenkapazität benötigen. Die Standard Wandfunktion, die von Launder und Spalding vorgeschlagen wurde, sieht

folgendermaßen aus

$$\frac{U}{U^*} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+ E) \quad (2.18)$$

U ist in dem Fall die Geschwindigkeit im Abstand y^+ über der Sohle.

Die Schubspannungsgeschwindigkeit ist über die Schubspannung an der Sohle definiert. Man kann sie aber auch von der turbulenten kinetischen Energie k ableiten.

$$U^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = C_\mu^{0,25} k^{0,5} \quad (2.19)$$

Der dimensionslose Wandabstand y^+ ist wie folgt definiert

$$y^+ = \frac{y_w U^*}{\nu} \quad (2.20)$$

Diese beiden Größen, Schubspannungsgeschwindigkeit (in der Abbildung U_τ) und dimensionsloser Wandabstand, kann man in einem Diagramm gegeneinander auftragen, wobei die y^+ Achse logarithmisch skaliert ist, siehe Abbildung 2.7. Dabei kann man das Geschwindigkeitsprofil in 4 Zonen einteilen. Wenn y^+ sehr klein ist, ist die Geschwindigkeitsverteilung laminar, also nur von der molekularen Viskosität abhängig. Dieser Bereich wird als viscous sublayer bezeichnet und dort gilt $\frac{U}{U^*} = y^+$. Wenn das Netz fein genug ist, wird so die Geschwindigkeitsverteilung gerechnet; die Grenze bei FLUENT liegt bei $y^+ = 11,225$. Ist das Netz gröber, wird Gleichung 2.18 benutzt, man befindet sich im logarithmischen Bereich, oder dem log-law Bereich. Hierfür sollte y^+ im Bereich zwischen 30 und 300 liegen [2]. Nach Rodi [11] sollte y^+ im Bereich zwischen 30 und 100 liegen. Der Übergang zwischen den beiden Bereichen ist eigentlich fließend, der so genannte buffer layer. Man kann dies durch eine Übergangsfunktion (blending function) berücksichtigen. Bei der Standard Wandfunktion wird die logarithmische Geschwindigkeitsverteilung über die gesamte Fließtiefe angenommen. Messungen haben aber gezeigt, dass in Oberflächennähe die Geschwindigkeitsverteilung davon abweicht (outer layer). Diesen Effekt kann man durch das log-wake-law berücksichtigen, wobei ein zusätzlicher Term zu Gleichung 2.18 hinzukommt. Nachteil dabei ist für diese Simulation, dass diese log-wake Wandfunktion für geschichtete, instationäre Strömungen ihre Gültigkeit verliert. Deshalb kommt hier die einfache Standard Wandfunktion zum Einsatz. [11] [5] [2] [17]

Sohlrauheit

Die Wandfunktion braucht als Parameter die Rauheitshöhe K_s . Diese ist gleichbedeutend mit der Korngröße an der Flusssohle, bzw. dem D_{50} der Sieblinie, wenn unterschiedliche Korngrößen vorliegen. Eine raue Wand erzeugt mehr Turbulenz als eine glatte Wand. Das logarithmische Geschwindigkeitsprofil bleibt zwar erhalten, aber es

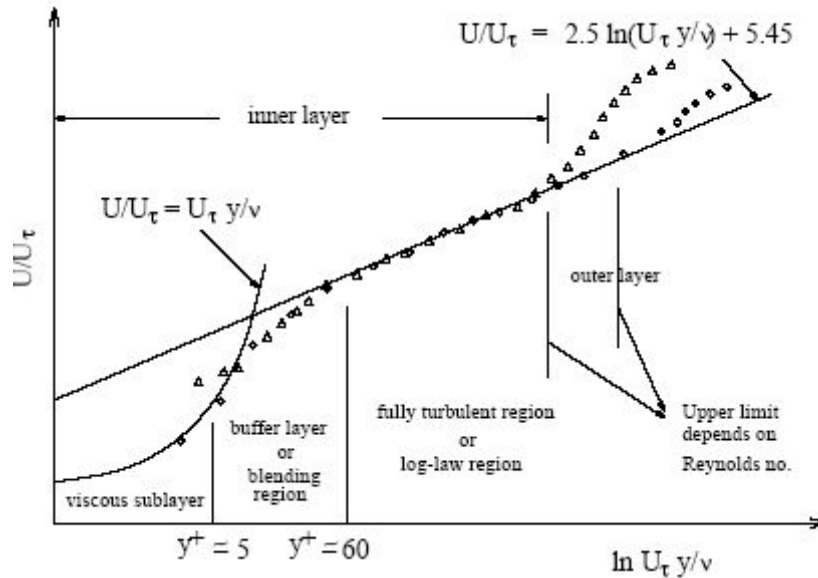


Abbildung 2.7.: Die verschiedenen Zonen der Geschwindigkeitsverteilung [2]

verschiebt sich.

$$\frac{U}{U^*} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+ E) - \Delta B \quad (2.21)$$

ΔB hängt von der Nikuradse Rauheit K_s ab. Daraus wird eine dimensionslose Rauheitshöhe $K_s^+ = \frac{K_s U^*}{\nu}$ berechnet und ΔB folgt daraus für den hydraulisch vollrauen Bereich

$$\Delta B = \frac{1}{\kappa} \ln(1 + C_s K_s^+) \quad (2.22)$$

C_s ist ein Parameter, der die Ungleichförmigkeit der Rauheit beschreibt. Normalerweise ist $C_s = 0,5$, was bedeutet, dass K_s genau der Nikuradse Rauheit für gleichförmige Korngrößenverteilungen entspricht. Diese beiden Parameter, K_s und C_s müssen an der Wand als Randbedingung vorgegeben werden. [2]

2.5.4. k-omega Modell

Das $k-\omega$ Modell ist dem $k-\epsilon$ Modell sehr ähnlich. k ist wieder die turbulente kinetische Energie und ω wieder die Dissipationsrate. Der Unterschied ist, dass die turbulente Viskosität nicht nur von k und ω abhängt, sondern auch von der Reynoldszahl. Dies hat gegenüber dem $k-\epsilon$ Modell den Vorteil, dass es in Wandnähe bessere Ergebnisse liefert und keine Wandfunktionen benötigt werden. Allerdings sind die Ergebnisse für das Strömungsinne wieder schlechter als beim $k-\epsilon$ Modell. Deswegen gibt hier auch wieder einige Varianten, die das $k-\epsilon$ und $k-\omega$ Modell kombinieren, um die Vorteile beider Modelle zu nutzen. [2]

2.5.5. Reynolds Spannungsmodell RSM

Das Reynolds Spannungsmodell ist das genaueste von diesen Turbulenzmodellen. Es verlässt die Boussinesq'sche Hypothese von einer isotropen turbulenten Viskosität und berechnet die Transportgleichung für alle Komponenten des Reynolds-Spannungstensors getrennt. Zusätzlich wird auch eine Transportgleichung für die Dissipationsrate gelöst. Da der Spannungstensor symmetrisch ist, müssen 5 Gleichungen in 2D und 7 Gleichungen in 3D Berechnungen gelöst werden. Dies zieht natürlich einen enormen Rechenaufwand mit sich, der für eine einfache Strömung wie im vorliegenden Fall nicht gerechtfertigt ist. Zudem liefert das RSM nicht immer wirklich bessere Ergebnisse als Zweigleichungsmodelle, da auch hier einige schlecht quantifizierbare Annahmen einfließen. [2] [10]

3. Modellgeometrie

3.1. Netzgenerierung

Die Geometrie lässt sich relativ gut abbilden. Dafür kann man CAD (Computer Aided Design) benutzen, oder wie in diesem Fall GAMBIT. Spannender ist die Frage, wie das Netz aussehen soll. Eigentlich will man möglichst grobe Netze haben, damit die Rechenzeit nicht so lange dauert. Allerdings kann man manche Effekte mit zu groben Netzen nicht abbilden, auch können Ergebnisse dann schlichtweg falsch sein. Deshalb wird in einer Sensitivitätsanalyse geschaut, welche Netzauflösung ratsam ist.

3.1.1. Sensitivitätsanalyse

Die Geometrie des 2D-Vertikal Modells ist denkbar einfach: ein Rechteck-Längsschnitt, der von links nach rechts durchflossen wird. Die Abmessungen sind 30m in der Länge und 10m in der Höhe. Die zu erwartenden Gradienten in der Geschwindigkeit, Dichte oder Konzentration bilden sich überwiegend in vertikaler Richtung aus. In horizontaler Richtung sind dagegen keine Gradienten zu erwarten, da die Profile jeweils über die Länge konstant sein sollen. Deswegen können auch rechteckige Maschen verwendet werden. Insgesamt wurden 4 Netzstrukturen untersucht, die in Tabelle 3.3 aufgelistet sind.

Netzbezeichnung	Vertikale Maschenweite [m]	Horizontale Maschenweite [m]	Anzahl Zellen
Grobes Netz mit Boundary Layer	0,4	0,4	3000
Grobes Netz	0,1	1	3000
Feines Netz	0,03	1	9000
Sehr feines Netz	0,01	1	30000

Tabelle 3.1.: Netzstrukturen

Da die Rechenzeit in etwa proportional mit der Anzahl der Zellen steigt, sind natürlich möglichst grobe Netze zu bevorzugen. Der Boundary Layer bietet die Möglichkeit das Netz in Wandnähe zu verkleinern. Das ist insofern günstig, da man mit nur geringfügig mehr Zellen eine hohe Auflösung an der Wand bekommt und somit das logarithmische Geschwindigkeitsprofil mit seinen hohen Gradienten gut abbilden kann.

Die 4 Netze wurden auf das Geschwindigkeits- und Konzentrationsprofil hin untersucht, sowie nach maximalen Gradienten in der Geschwindigkeit und der Konzentration. Es wurden für alle 4 Modelle dieselben Einstellungen (die in Kapitel 3.2 und 4 näher erläutert werden) verwendet und eine Fließzeit von 1000s beobachtet. Anschließend wurden aus der Mitte ($x=16\text{m}$) die jeweiligen Profile entnommen, siehe Abbildung 3.1 und 3.2.

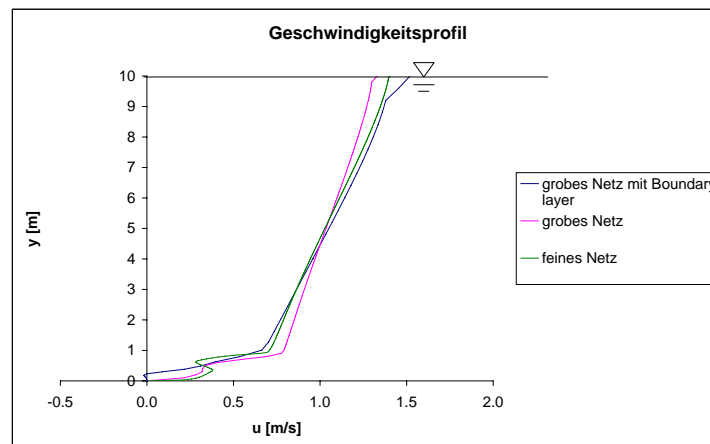


Abbildung 3.1.: Geschwindigkeitsprofile für unterschiedliche Netze

Zunächst sieht man, dass die Geschwindigkeit da, wo eine hohe Konzentration von Schlick vorhanden ist, zurück geht. Das tut es bei allen Netzen und so soll es auch sein. Denn bei hohen Konzentrationen ist die Viskosität besonders hoch und deswegen muss die Geschwindigkeit auch zurück gehen. Bei dem groben Netz mit Boundary Layer sieht man zunächst einen ungewöhnlichen Knick in der Nähe der Oberfläche. Dieser kommt zustande, weil die turbulente Viskosität, wie schon in Kapitel 2.5 erläutert, parabelförmig über die Tiefe verteilt ist. D. h. die turbulente Viskosität hat an der Sohle und an der Oberfläche sehr hohe Gradienten. An der Sohle wird dies durch den Boundary Layer gut abgebildet, aber an der Oberfläche ist das Netz zu grob, um diese hohen Gradienten richtig abbilden zu können. Auch noch beim etwas feineren Netz mit $0,1\text{m}$ Maschenweite ist dieser Knick noch zu sehen. Aber das grobe Netz mit Boundary Layer hat noch andere Probleme. Man sieht, dass die Geschwindigkeit direkt über der Sohle sogar negativ wird. Das darf eigentlich nicht sein. Das Problem ist, dass am Auslass keine guten Randbedingungen vorgegeben werden und so jeder Rückfluss das Modell früher oder später kollabieren lässt. Zudem hat dieses grobe Netz die Angewohnheit, kurz hinter dem Einlass eine Linse mit sehr hohen Konzentrationen zu bilden, d. h. das Konzentrationsprofil ist nicht über die Länge konstant (siehe Anhang A.12). Diese Konzentrationen nehmen im Laufe der Fließzeit unrealistisch hohe Werte an, die die Simulation ebenfalls aus dem Ruder laufen lassen. Dieses Phänomen ist möglicherweise

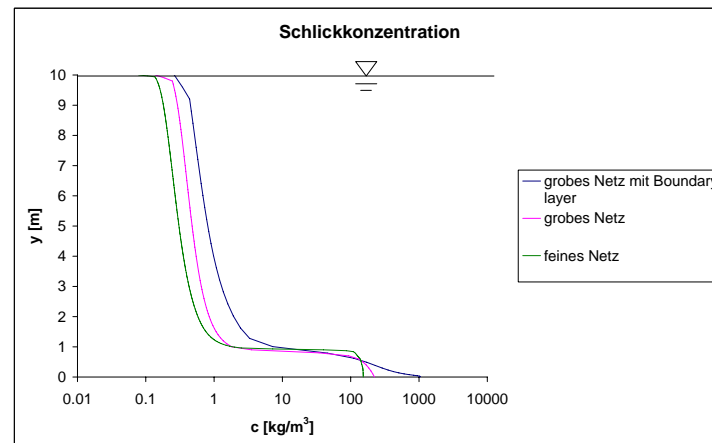


Abbildung 3.2.: Konzentrationsprofile für unterschiedliche Netze

auf einen zu großen Zeitschritt zurückzuführen. Wenn aber der Zeitschritt verkleinert werden muss, werden die Rechenzeitvorteile gegenüber den feineren Netzen hinfällig. Das Konzentrationsprofil unterscheidet sich deutlich von den anderen Netzen. Es ist viel flacher, weist wesentlich höhere Konzentrationen auf. Man beachte die logarithmische Skalierung bei Abbildung 3.2. Das grobe Netz mit Boundary Layer hat eine maximale Konzentration von 1042 kg/m^3 auf, was an der Grenze des physikalisch möglichen ist. Ebenfalls erstaunlich ist, dass die maximale Konzentration nicht in der Zelle direkt über der Sohle auftritt, sondern leicht darüber. Wegen der instabilen, nichtkonvergenten Lösung und den physikalisch unsinnigen Ergebnissen, ist dieses Netz nicht zu gebrauchen.

Das grobe Netz hat eine Maschenweite von $0,1 \text{ m}$ in der Vertikalen und keinen Boundary Layer. Insbesondere in Sohlennähe ist es eigentlich zu grob, um die Geschwindigkeitsgradienten richtig abzubilden. Dennoch läuft es stabiler als das Netz mit Boundary Layer. Auch über längere Simulationszeiten weist es keine Rückströmungen oder Linsen mit hoher Konzentration auf und konvergiert recht schnell. Wie zu erwarten, geht die Geschwindigkeit im Bereich der hohen Konzentration zurück, was plausibel ist. Das Konzentrationsprofil ist deutlich besser, als beim groben Netz mit Boundary Layer. Die maximale Konzentration liegt bei 223 kg/m^3 , was realistisch ist und sie liegt in der Zelle direkt über der Sohle. Der Sprung in der Konzentration, die Lotucline, ist aber nicht so ausgeprägt. Dieses doch recht grobe Netz liefert passable Ergebnisse, bildet aber nicht alle Effekte so gut ab.

Das feine Netz hat eine Maschenweite von $0,03 \text{ m}$ in der Vertikalen und keinen Boundary Layer. Auch dieses Netz läuft stabil, die Profile sind über die Länge konstant, es gibt keine Rückströmungen und es konvergiert recht gut. Auch über lange Simulationszeiten bleibt das Modell stabil. In Abbildung 5.8 ist eine Animation zu sehen (natürlich

nur in der pdf Version), die über 1000s läuft. Dort sind die Geschwindigkeitsvektoren dargestellt, wobei die Farbe die Konzentration anzeigt. Es dauert eine Weile bis sich das Modell einpendelt, aber nach etwa 1000s verändert sich nicht mehr viel und nach 2000s ist keine Veränderung mehr festzustellen (was deshalb aus der Animation weggelassen wurde). Interessant hierbei ist das Geschwindigkeitsprofil. Der Knick an der Oberfläche ist kaum noch zu sehen. Im Bereich hoher Konzentrationen bildet sich ein kleiner “Bauch“. Dieses Phänomen ist erst bei dieser Netzauflösung zu sehen und wie in Kapitel 5 erläutert auch plausibel. Die Geschwindigkeitsgradienten sind höher als bei den anderen Simulationen, d. h. die Schichtungseffekte sind bei diesem Netz besser zu erkennen, als bei gröberen Netzen. Auch die Lotucline ist viel ausgeprägter, als bei gröberen Netzen, sodass ein richtiger Konzentrations- und Dichtesprung erkennbar wird. Innerhalb der Schlickschicht ist die Konzentration dann relativ konstant. Der Maximalwert liegt bei 153 kg/m^3 , also niedriger, als bei den gröberen Modellen. Dieses Netz bildet die erwarteten Effekte am besten ab und ist von der Rechenzeit noch sehr effizient.

Das sehr feine Netz mit 0,01m Maschenweite in der Vertikalen, ebenfalls ohne Boundary Layer, liefert keine guten Ergebnisse. Es wurde daher nicht in den Abbildungen dargestellt. Ursache hierfür ist wieder, dass das Modell nicht konvergiert, stattdessen sind overshoots zu beobachten. Hier bilden sich Rückströmungen und Linsen mit hoher Konzentration, die das Modell kollabieren lassen. Es wurde versucht, den Zeitschritt kleiner zu wählen, allerdings brachte das keine Verbesserung der Ergebnisse. Da die Rechenzeit nicht mehr vertretbare Ausmaße angenommen hat, wurde eine weitere Verkleinerung des Zeitschritts nicht mehr in Erwägung gezogen wurde. Selbst wenn die Ergebnisse besser wären, würde das die enormen Rechenzeiten nicht rechtfertigen.

Abschließend sind in Tabelle 3.2 die betragsmäßig größten Gradienten aufgelistet. Da das sehr feine Netz aus dem Rahmen fällt, aufgrund der oben erläuterten Umstände, bleibt ein Vergleich der beiden Netze mit konstanter Maschenweite und dem groben Netz mit Boundary Layer. Das grobe Netz mit Boundary Layer hat zwar den niedrigsten Geschwindigkeitsgradienten, fällt aber wegen seiner zu hohen Konzentrationsgradienten aus dem Rahmen. Das feine Netz weist trotz seiner höheren Auflösung höhere Gradienten auf. Wie schon erläutert, ist das ein Zeichen dafür, dass Schichtungseffekte und die Lotucline besser dargestellt werden können, als bei dem gröberen Netz.

Netzbezeichnung	Maximaler Geschwindigkeitsgradient [1/s]	Maximaler Konzentrationsgradient [kg/m^4]
Grobes Netz mit Boundary Layer	1,5	10,7
Grobes Netz	2,1	0,5
Feines Netz	7,1	0,9

Tabelle 3.2.: Gradienten der Geschwindigkeit und der Konzentration

3.1.2. Verwendetes Netz

Aus den im vorigen Kapitel genannten Gründen wird das feine Netz empfohlen und für alle weitere Simulationen verwendet. Es liefert die besten Ergebnisse in relativ kurzer Rechenzeit. Die Netzgeometrie (die wegen ihrer Feinheit nur in einheitlichem grün zu sehen ist) und die Randbedingungen sind in Abbildung 3.3 zu sehen.

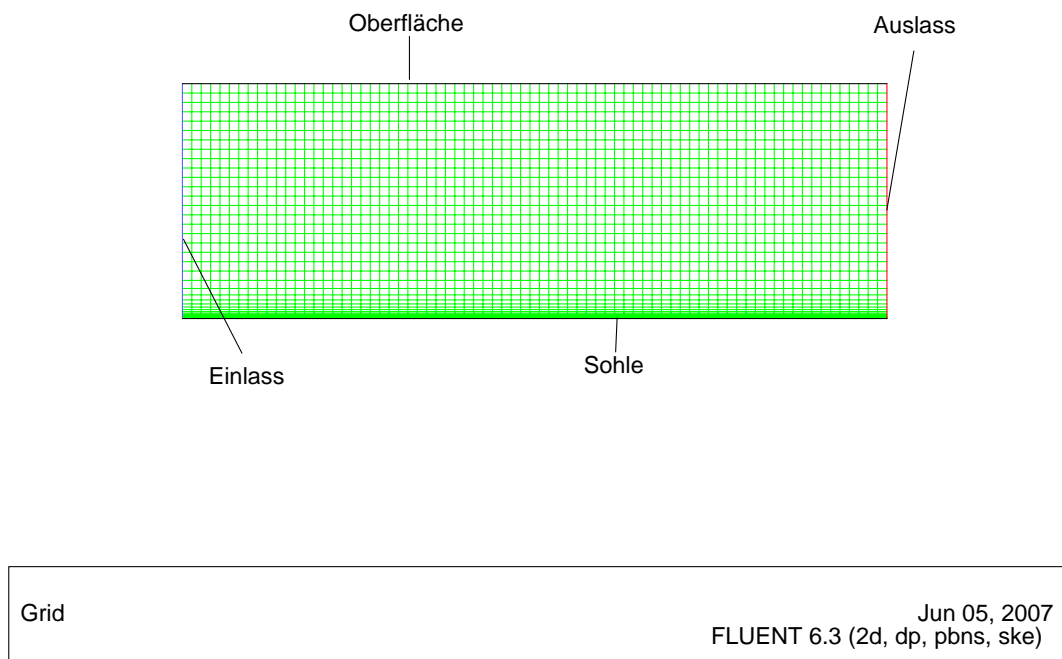


Abbildung 3.3.: Das verwendete feine Netz

3.1.3. Bedingung für die Wandfunktion

Da das $k - \epsilon$ Turbulenzmodell mit der Standard Wandfunktion verwendet wird, muss das Gitter die Kriterien für den dimensionslosen Wandabstand $y^+ = \frac{yU^*}{\nu}$ erfüllen (siehe Kapitel 2.5.3). y^+ liegt für das feine Netz mit einer konstanten vertikalen Maschenweite von 0,03m bei 686 und ist damit zu groß (y^+ sollte zwischen 30 und 300 liegen). Für das sehr feine Netz mit einer konstanten vertikalen Maschenweite von 0,01m ist $y^+ = 115$ und somit genau richtig. Allerdings wird wegen des doch erheblichen Rechenaufwandes das feine Netz benutzt und der Fehler in Kauf genommen. Zumal aus der Literatur schon deutlich wird, dass die Grenzen für y^+ doch sehr dehnbar sind.

3.2. Randbedingungen

Bei den Ergebnissen, die in diesem Kapitel vorgestellt werden, handelt es sich um eine Simulation, die nur das Turbulenzmodell und den Stofftransport für Schlick mit einer konstanten Sinkgeschwindigkeit und der turbulenten Diffusion beinhaltet. Alle anderen Effekte, wie Flockulation, Schichtungseffekte, nicht Newton'sche Viskosität und Thixotropie, werden hier noch nicht berücksichtigt. Diese werden erst später hinzugeschaltet. In Kapitel 4.2 wird die Implementierung dieser Effekte erläutert und in Kapitel 5 die Ergebnisse vorgestellt. Dies ist nötig, um das Modell so weit es geht an gesicherten Erkenntnissen zu validieren, um Vertrauen für das Modell zu gewinnen.

3.2.1. Einlass

Am linken Rand des Modells befindet sich der Einlass (velocity inlet). Dort wird die Geschwindigkeitsverteilung vom Auslass übernommen. Die tiefengemittelte Geschwindigkeit soll 1m/s betragen. FLUENT basiert auf der Finiten-Volumen Methode. Somit werden auch die Geschwindigkeiten im Zellinneren abgespeichert. Am Rand werden aber die Werte an der Begrenzungsfläche benötigt. Um diese zu interpolieren, gibt es verschiedene Möglichkeiten, die in Kapitel 4.1 erläutert werden. Letztlich handelt es sich aber immer um eine Approximation. So kann es passieren, dass die durchschnittliche Geschwindigkeit im Laufe der Iteration zunimmt oder abnimmt, was als numerische Diffusion bezeichnet wird. Das kann zu Konvergenzproblemen führen. Um dies zu verhindern, wurden die Werte vom Auslass am Einlass mit einem Korrekturfaktor versehen, der die durchschnittliche Geschwindigkeit konstant auf 1m/s hält. Der Korrekturfaktor berechnet sich wie folgt:

$$\varphi = \frac{\int 1dz}{\int U_{Auslass}dz} \quad (3.1)$$

Nach hinreichend langer Fließzeit stellt sich ein nahezu logarithmisches Geschwindigkeitsprofil ein (Abbildung 3.4), das sich mit einer logarithmischen Funktion ($U_{Auslass} = 0,1 \ln(y) + 0,8696$) fitten lässt. Der Korrelationskoeffizient ist recht gut mit $R^2 = 0,9830$. Dass es kein exaktes logarithmisches Profil ist, ist bereits in Kapitel 2.5.3 beschrieben. Besonders in Wandnähe und zur Oberfläche hin weicht das Profil von einer logarithmischen Funktion etwas ab. Da auch die Annahme, dass das Geschwindigkeitsprofil logarithmisch ist, letztlich nur auf Messungen basiert, soll das hier nur eine Abschätzung dafür sein, dass das Modell keine groben Fehler enthält. Das Profil ist in Abbildung 3.4 zu sehen. Es wurde mit dem feinen Netz (Maschenweite 0,03m in vertikaler und 1m in horizontaler Richtung) erstellt und nach hinreichend langer Fließzeit (1000s) aufgezeichnet. Das Profil ist über die Länge des Modells nahezu konstant.

Es wurde versucht, nur den Druck am Einlass (pressure inlet) vorzugeben. Allerdings führt das zu einer Geschwindigkeitsverteilung, die nicht mehr dem logarithmischen Profil entspricht, sondern zur Oberfläche wieder leicht abnimmt. Wenn dann noch der Schlick in das Modell hinzugefügt wird, verstärkt sich dieser Effekt, dass die Geschwindigkeit zur Oberfläche hin abnimmt. Diesen Effekt kann man auch in Modellversuchen

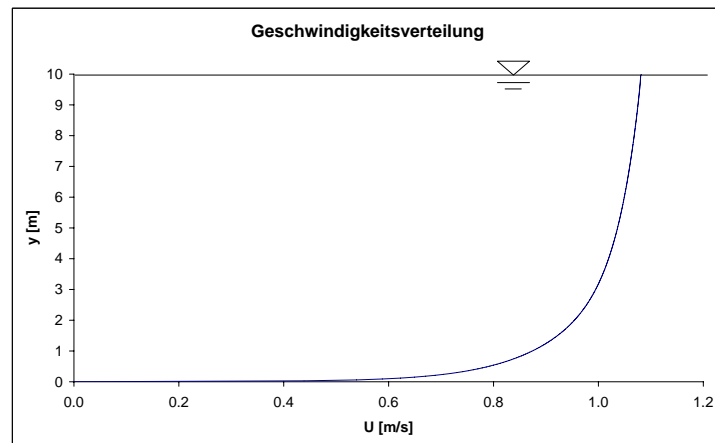


Abbildung 3.4.: Knotenwerte für Geschwindigkeit U am Auslass

messen und es wird als “wave boundary layer“ bezeichnet (Abbildung 3.5). Es hat mit den Oberflächenwellen zu tun, und wenn sich diese in Strömungsrichtung bewegen, beeinflusst dies das Geschwindigkeitsprofil dahingehend. Für diese Simulation ist es aber insofern rätselhaft, da keine Oberflächenwellen simuliert werden, sondern nur ein fester Rand. Ein weiterer Nachteil ist, dass die Geschwindigkeit in der Schlickschicht nicht zurückgeht. Die guten Ergebnisse des velocity inlets und die zweifelhaften Ergebnisse des pressure inlets haben dazu geführt, dass der pressure inlet nicht weiter verfolgt wurde. [12]

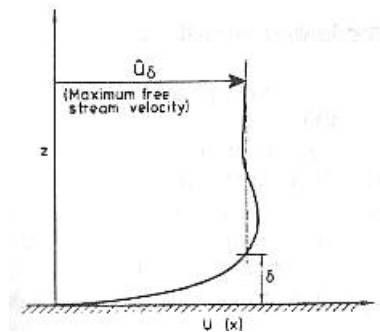


Abbildung 3.5.: Wave boundary Layer: Geschwindigkeitsprofil durch Wellen beeinflusst [12]

Zusätzlich müssen für das Turbulenzmodell k und ϵ vorgegeben werden. Diese Startwerte beeinflussen die turbulente Viskosität erheblich und damit auch das Geschwindigkeitsprofil. Für die richtigen Startwerte ist man allerdings auf Messungen angewiesen. Für ein offenes Gerinne liegen Messungen für die turbulente Viskosität vor (siehe Ab-

bildung 2.6). Um die Werte vom Modell mit den dimensionslosen Werten im Diagramm vergleichen zu können, braucht man die Schubspannungsgeschwindigkeit. In diesem Zusammenhang tauchen auch andere Größen auf, die man sich von FLUENT ausgeben lassen kann, aus denen man die Schubspannungsgeschwindigkeit berechnen kann (siehe Gleichung 2.19) und die dimensionslosen Kennzahlen, die im Diagramm verwendet werden (siehe Tabelle 3.3). Die angegebenen Werte stammen aus derselben Simulation wie bei dem Geschwindigkeitsprofil und sind ebenfalls über die Länge nahezu konstant.

y^+	686	Dimensionsloser Wandabstand (vom Solver)
k	$0,00712m^2/s^2$	Turbulente kinetische Energie (vom Solver)
τ_s	2,10Pa	Sohlschubspannung (vom Solver)
U^*	0,046m/s	Schubspannungsgeschwindigkeit (Gleichung 2.19)
ν_t	$0,0429m^2/s$	Maximalwert für die turbulente kinematische Viskosität (vom Solver)
h	10m	Höhe des Gerinnes
$\nu_t/(hU^*)$	0,093	Dimensionslose Kennzahl

Tabelle 3.3.: Kennzahlen zur Validierung des Turbulenzmodells

Die berechnete dimensionslose Kennzahl passt sehr gut zu der Kennzahl aus dem Diagramm 2.6. Auch die Verteilung der kinematischen Viskosität über die Tiefe lässt sich gut mit einer quadratischen Parabel fiten ($\nu_t = -0,0016y^2 + 0,0166y - 0,0003$, $R^2 = 0,9943$, siehe Abbildung 3.6).

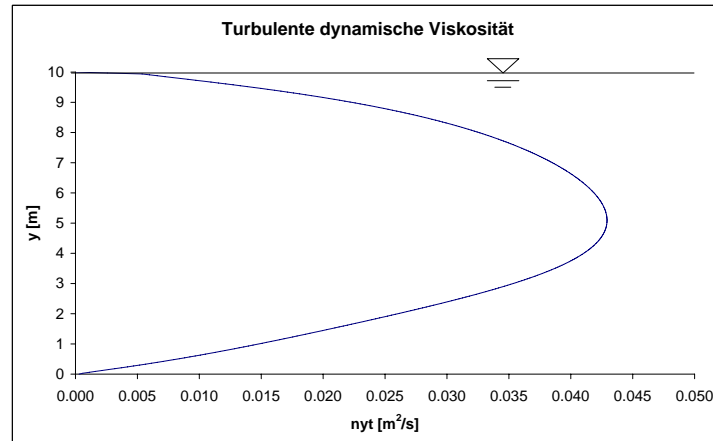


Abbildung 3.6.: Verteilung der turbulenten kinematischen Viskosität

Für die Randbedingung für k und ϵ wird wieder der Trick angewendet, die Werte vom Auslass einzusteuern. Da aber nicht bekannt ist, wie groß k und ϵ sind, wird kein

Korrekturfaktor eingeführt und zunächst mit jeweils 1 vorgegeben. Da es relativ lange braucht, bis die Viskosität am Auslass konvergiert, werden erst ab einer Fließzeit von 50s die Werte vom Auslass eingesteuert. Danach konvergiert die Viskosität recht gut und man bekommt ein über die Länge konstantes Profil. Die Verteilung von k und ϵ wurde mit Berechnungen von Rodi [11] verglichen und sind in Abbildungen 3.7 und 3.8 dargestellt. Die Abweichungen sind schon signifikant, wenn man die Zahlenwerte betrachtet, aber qualitativ passt es ganz gut. Entscheidend ist letztlich aber, dass k und ϵ in einem Gleichgewicht stehen, sodass die turbulente Viskosität stimmt, und das wurde bereits gezeigt.

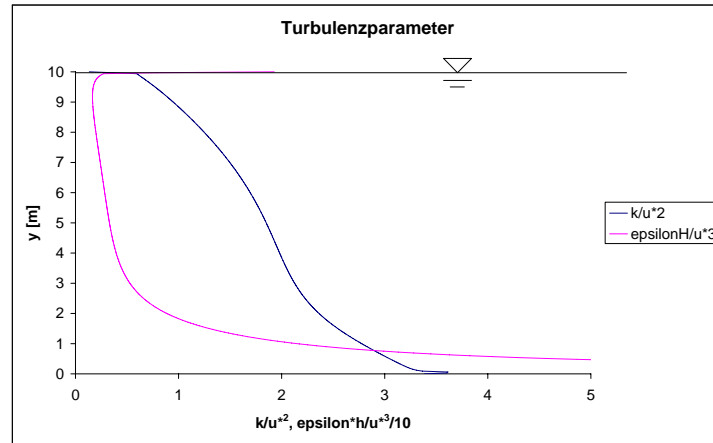
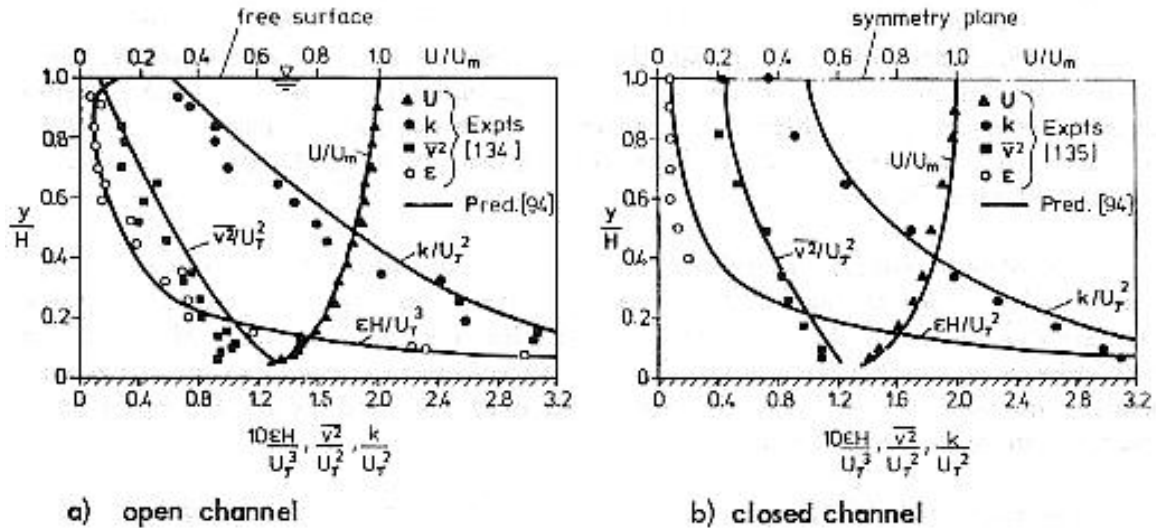


Abbildung 3.7.: Berechnete Verteilung von k und ϵ

Zu guter Letzt muss für den Einlass der Wert für den benutzerdefinierten Skalar (uds), der in diesem Fall die Schlickkonzentration in kg/m^3 darstellt, vorgegeben werden. Das Einfachste ist, zunächst einen konstanten Wert vorzugeben. Damit wird die Lösung aber in hohem Maße von der Modellgeometrie abhängig. Denn der Schlick soll mit der Zeit absinken, solange, bis sich ein Gleichgewicht zwischen dem Absinkstrom und den aufwirbelnden Kräften gebildet hat. Ist das Modell, bzw. die Randbedingungen so eingestellt, dass es nicht zu diesem Gleichgewicht kommt, wird ein Momentanzustand abgebildet, der von der Modellgeometrie und den Randbedingungen abhängt. Anschaulich gesprochen, ist das Modell zu kurz und die Geschwindigkeit zu groß, hat ein Schlickteilchen, das sich nahe der Oberfläche befindet nicht genug Zeit bis auf die Sohle abzusinken. Um dieses zu vermeiden und einen Gleichgewichtszustand zu erreichen, wird am Einlass das Konzentrationsprofil vom Auslass einen Zeitschritt zuvor vorgegeben, ähnlich wie bei der Geschwindigkeit.

Hier kommt es zu numerischer Diffusion, ähnlich wie bei der Geschwindigkeit. Da die Dichte des Fluids an die Konzentration gekoppelt ist, nimmt die Dichte des gesamten Fluids mit der Zeit zu, obwohl dies eigentlich nicht passieren sollte. Insbesondere weil


 Abbildung 3.8.: Von Rodi berechnete Verteilung von k und ϵ [11]

das Fluid als inkompressibel gerechnet wird, ergibt sich daraus ein Problem mit der Kontinuität, was zu Divergenzen führt. Deshalb wird auch hier wieder ein Korrekturfaktor eingeführt, der die Masse des uds am Einlass konstant hält.

3.2.2. Auslass

Am Druckauslass (pressure outlet) wurden die default Einstellungen belassen, d. h. Druck ist 0. Für den Fall einer Rückströmung werden auch hier Werte für k , ϵ und den uds verlangt. Gut wäre es, genauso wie am Einlass die Werte vom Auslass genommen werden, hier ebenfalls die Werte vom Einlass zu nehmen. Damit würde man die Probleme, die mit einer Rückströmung auftreten, vermeiden können. Allerdings würde das zu einem numerischen Kurzschluss führen, da ja der Einlass die Werte vom Auslass und der Auslass die Werte vom Einlass nimmt. Zudem ist in der Simulation schon etwas schief gelaufen, wenn es überhaupt zu einem Rückfluss kommt.

3.2.3. Sohle

An der Sohle wird zunächst die Haftbedingung vorgegeben. Für das Turbulenzmodell wird außerdem die Rauheitshöhe K_S benötigt, die mit 0,01m festgelegt wird. Die Rauheitshöhe hat ebenfalls einen großen Einfluss auf die Ausprägung des Geschwindigkeitsprofils. Ist sie sehr klein, d. h. sehr glatt, dann ist die Geschwindigkeitsverteilung eher konstant. Zu der Rauheitshöhe wird eine Rauheitskonstante C_S gewählt. Als Standardwert wird 0,5 genommen, das bedeutet, dass sich der K_S der Nikuradse Rauheit entspricht. [2]

3.2.4. Oberfläche

Im Modell wird keine Freispiegelfläche simuliert, sondern ein fester Rand. Damit aber dadurch das Geschwindigkeitsprofil nicht beeinflusst wird, wird keine Haftbedingung vorgegeben, sondern eine Schubspannung. Die Schubspannung wird mit 0Pa definiert. Die Rauheitshöhe und die Rauheitskonstante werden ebenfalls zu 0 gesetzt, damit dort eine hydraulisch glatte Wand ist.

4. Modelleinstellungen

4.1. Solver

FLUENT basiert auf der Finite Volumen Methode. Der Fluidkörper wird dabei in viele kleine Kontrollvolumen (Zellen) zerlegt. Dann werden die Flüsse durch die Begrenzungsflächen berechnet und für die Zelle bilanziert. Die differentiellen Grundgleichungen (Impuls-, Kontinuitäts- und Transportgleichungen) werden über die jeweilige Zelle integriert und so zu algebraischen Gleichungen umgeformt. Da diese algebraischen Gleichungen nichtlinear sind, müssen sie zu linearen Gleichungen umgeformt werden, welche sich dann in einem linearen Gleichungssystem iterativ lösen lassen. [21] [2]

Für die Linearisierung der Gleichungen gibt es zwei Ansätze, den druckbasierten (pressure-based solver) und den dichte-basierten (density-based solver) Lösungsansatz. Beim druckbasierten Ansatz wird durch eine Druckkorrekturgleichung die Impuls- und Kontinuitätsgleichung manipuliert. Diese Herangehensweise wurde speziell für langsame inkompressible Strömungen entwickelt. Der dichte-basierte Ansatz benutzt die Kontinuitätsgleichung, um das Dichtefeld zu berechnen und wurde für schnelle kompressible Strömungen entwickelt. Beide Algorithmen wurden mit der Zeit so weiterentwickelt, dass sie sich jeweils für eine Vielzahl von Strömungen eignet. Für die vorliegende Simulation wurde der dichte-basierte Ansatz gewählt. Der druckbasierte Ansatz sollte zwar für diese langsame Strömung ohne Druckwellen gute Ergebnisse liefern, stattdessen stellt sich heraus, dass relativ hohe vertikale Geschwindigkeiten an Stellen auftreten, wo sie nicht sein dürften. Unlogischerweise treten sie genau in der Zelle über der Sohle auf, was einen Fluss durch die Sohle bedeuten würde, der aber nicht sein darf. Im Laufe der Simulation wandern diese vertikalen Geschwindigkeiten an die Grenzschicht, wo der Dichtegradient am höchsten ist. Letztlich brachte das seltsame Walzen und Divergenzprobleme mit sich. Da dieses Problem weder physikalisch noch mathematisch zu erklären war, musste der Solver etwas damit zu tun haben. So wurde der dichte-basierte Solver gewählt und die vertikalen Geschwindigkeiten traten nicht mehr auf.

Der dichte-basierte Solver löst die Grundgleichungen (Kontinuitäts- und Impulsgleichung) simultan, danach wird die Transportgleichung gelöst. Man unterscheidet aber zwischen der impliziten und expliziten Lösung. Bei der impliziten Lösung wird ein "Block" von n Gleichungen (n ist die Anzahl der unbekannten Größen, d. h. U , V , W , c ,...) für jede Zelle gleichzeitig gelöst. Dabei werden neben den Größen, die eine Iteration zuvor in der Zelle herrschen, auch die Größen von den Nachbarzellen herangezogen. Bei der expliziten Lösung wird dieser "Block" von Gleichungen für jede Zelle nacheinander gelöst. Somit werden die Größen aus den Nachbarzellen nicht berücksichtigt, was Speicherplatz spart. Dafür konvergiert es schlechter als das implizite Verfahren.

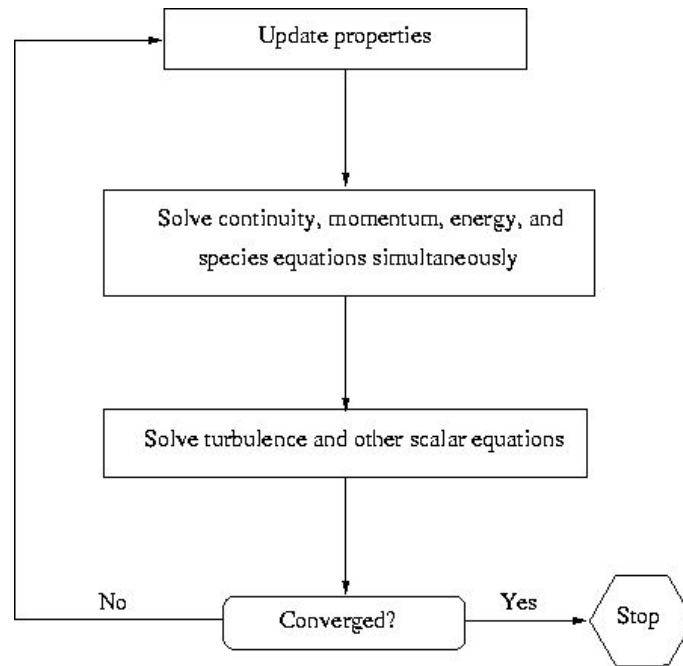


Abbildung 4.1.: Schema des Lösungsalgorithmus' für den dichte-basierten Solver [2]

Die Linearisierung ist keine exakte Lösungsmethode, deshalb muss iteriert werden. Dieser Iterationsprozess ist der rechenintensive Teil einer numerischen Strömungssimulation. Dabei wird das Gauss-Seidel Verfahren angewendet.

Da FLUENT auf der Finiten-Volumen-Methode basiert, werden sämtliche Größen (Geschwindigkeiten, Druck, Konzentration, etc.) in den Zellen abgespeichert und sind somit Zellvariablen (cell variables). Oft benötigt man aber den Wert einer bestimmten Größe an einer Begrenzungsfläche (face variables), z. B. für den Konvektionsterm in der Transportgleichung oder für benutzerdefinierte Randbedingungen. Um von einer Zellvariablen auf eine Variable einer Begrenzungsfläche zu schließen gibt es mehrere "Interpolationsverfahren". Das Einfachste und Naheliegendste ist das 1. Order Upwind Verfahren. Man ordnet der Flächenvariable die nächste Zellvariable zu. Da jede Begrenzungsfläche zwei angrenzende Zellen hat, wird die Zelle genommen, die stromaufwärts gelegen ist (upstream, bzw. upwind). Dieses Verfahren ist äußerst robust und effizient und daher für die meisten Fälle zu empfehlen. Gerade wenn man erst mit einer Iteration anfängt, sollte man zunächst immer auf dieses Verfahren zurückgreifen und erst im Laufe der Iteration auf genauere Verfahren umstellen.

Das "power-law" Verfahren benutzt eine eindimensionale Transportgleichung, um die Flächenvariable zu bekommen. Das 2. Order Upwind Verfahren benutzt höhergradige Taylorreihen. Diese Verfahren sind nicht mehr so robust, aber dafür genauer.

Das 1. Order Upwind Verfahren liefert für einfache Geometrien und quadratische Netze wie in diesem Fall gute Ergebnisse. In dieser Simulation spielt das Interpolationsverfahren eine kleine Rolle. Denn auch bei genaueren Verfahren bleibt immer eine numerische Restdiffusion. Da viele Werte vom Auslass am Einlass wieder eingesteuert

werden, führen selbst kleine Fehler bei langen Simulationszeiten zu Konvergenzproblemen. Deshalb wird das 1. Order Upwind Verfahren als robustes Verfahren verwendet und die Randbedingungen am Einlass durch Korrekturfaktoren konstant gehalten.

Neben den Größen an sich werden auch die Gradienten dieser Größen gebraucht, insbesondere für den Diffusionsterm in der Transportgleichung und den viskosen Term in der Impulsgleichung. Hierfür wird das zellenbasierte Green-Gauss Theorem verwendet. Im Prinzip werden dafür alle benachbarten Zellen abgetastet und daraus der Gradient berechnet. Optional kann man das auch über die Knoten so machen, statt über die Zellen.

Für jede zeitabhängige Simulation stellt sich die Frage nach der Größe des Zeitschritts. Dies braucht viel Erfahrung. Zunächst arbeitet der Solver implicit, sodass die Größe des Zeitschritts beim Ergebnis nicht viel ausmacht. Deswegen möchte man ihn so groß wie möglich wählen, um schnell zu einem Ergebnis zu kommen. Aber wie schon festgestellt wurde, kann ein zu großer Zeitschritt zu Konvergenzproblemen führen. Im Prinzip legt man diesen nach dem Trial & Error-Prinzip fest. Konvergiert die Lösung, kann man versuchen ihn größer zu machen, divergiert die Lösung muss man ihn kleiner machen. Bei den vorliegenden Simulationen wurde ein Zeitschritt von 1s vorgegeben. Zumindest für 2 Netze hat dies gut funktioniert. Die Anzahl der Iterationen, die der Solver pro Zeitschritt braucht ist ein Indikator für die Güte des gewählten Zeitschritts. Während der pressure based solver im Laufe der Simulationen immer weniger Iterationen pro Zeitschritt braucht, schöpft der density based solver immer die vorgegebene maximale Anzahl von Iterationen aus. Auch kleinere Zeitschritte ändern daran nichts. Deswegen wird auch die Möglichkeit gegeben, den Zeitschritt variabel zu gestalten und den Solver die Zeitschrittgröße nach gewissen Kriterien selbst festzulegen. In diesem Fall wurde aber mit einem festen Zeitschritt von 1s gearbeitet. [2] [10]

4.2. Materialeigenschaften

Die Materialeigenschaften sind der Knackpunkt dieser Simulation. Größen, die in vielen Fällen konstant sein können, hängen hier von der Schlickkonzentration ab. Die Dichte des Fluids nimmt mit zunehmender Schlickkonzentration zu, die molekulare Viskosität auch. Die Diffusion von Schlick ist an die turbulente Viskosität gekoppelt. Welche Zusammenhänge das im Einzelnen sind, wird in den folgenden Unterkapiteln erläutert.

4.2.1. Dichte

Der Fluidkörper ist keine einheitliche Flüssigkeit, sondern besteht aus den Phasen Wasser und Schlick. Dies kann man mit Multiphasenmodellen, die in FLUENT verfügbar sind, abbilden. Man definiert die Materialeigenschaften für jede Phase einzeln, und der Solver berechnet dann die Eigenschaften der Mischung. In dieser Simulation wird aber nur mit einer Phase gerechnet, nämlich Wasser und Schlick wird nur als gelöster Stoff betrachtet, der mit dem Wasser mittransportiert wird. Da hier keine Vermischung von Salzwasser und Süßwasser modelliert werden soll, ist die Dichte von Wasser zunächst

$1000\text{kg}/\text{m}^3$. Die Dichte von Schlick, was relativ leichtes Material ist, wird hier mit $1500\text{kg}/\text{m}^3$ angenommen (nach Rijn [12]). Die Dichte des Gemischs aus beiden Stoffen berechnet sich wie folgt

$$\rho = \rho_w + (\rho_s - \rho_w) \frac{c}{\rho_s} \quad (4.1)$$

[20]

4.2.2. Diffusion

Was Diffusion ist und wie sie in dieser Simulation berechnet wird, ist schon in Kapitel 2.6 beschrieben. Die turbulente Diffusion hängt direkt mit der turbulenten Viskosität zusammen. Durch die höhere Dichte in Sohlhöhe, die durch eine hohe Schlickkonzentration in Sohlhöhe hervorgerufen wird, wird die turbulente Diffusion und die turbulente Viskosität fast vollständig unterdrückt. Grund ist, dass die Wirbel das schwere Material nicht so gut aufwirbeln können. Es kommt zu einer Entkopplung der Strömung und eine geschichtete Strömung stellt sich ein. Diese Entkopplung wird bereits durch den Buoyancy Effekt berücksichtigt, siehe Kapitel 2.5.3. Die turbulente Diffusion wird unter Vernachlässigung der laminaren Diffusion und Gleichungen 2.7 und 2.13 wie folgt berechnet

$$\varepsilon_{t,i} = \frac{\rho}{\Gamma} C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.2)$$

4.2.3. Viskosität

Die molekulare Viskosität wurde bereits in Kapitel 2.3 vorgestellt. In Kapitel 2.5 wurde die turbulente Viskosität eingeführt mit dem Hinweis, dass diese einige Größenordnungen größer ist als die molekulare Viskosität. Das trifft für hochkonzentrierte Schlickuspensionen aber nicht mehr zu. Anschaulich ist es klar, dass Schlick sich nicht so leicht rühren lässt wie Wasser. Dazu kommt, dass Schlick keine Newton'sche Flüssigkeit ist. Bei einer Newton'schen Flüssigkeit ist die Viskosität konstant, d. h. je schneller man rührt, desto mehr Kraft braucht man dafür. Bei Schlick ist es tatsächlich so, dass je schneller man rührt, desto weniger Kraft braucht man, man spricht von Verflüssigung (shear thinning). Dieser Zusammenhang wird in Fließkurven veranschaulicht. Diese Diagramme bekommt man aus Messungen mit einem Roto-Viskosimeter. Man steigert die Umdrehungszahl (d. i. die Scherrate) und misst das Drehmoment (woraus die Schubspannung folgt) und trägt das in einem Diagramm entsprechend auf. Um diese Zusammenhänge mathematisch zu beschreiben, verwendet man rheologische Modelle, die im Prinzip nichts weiter sind als angepasste Kurven. Die 3 rheologischen Modelle, die für diese Simulation relevant sind, sind in Abbildung 4.2 qualitativ dargestellt.

Das Newton'sche Modell ist immer eine Gerade durch den Nullpunkt. Das Bingham Modell ist das erste und einfachste Modell, dass plastisches Materialverhalten beschreibt. Erst wenn eine bestimmte Schubspannung (yield stress τ_y) erreicht ist, beginnt

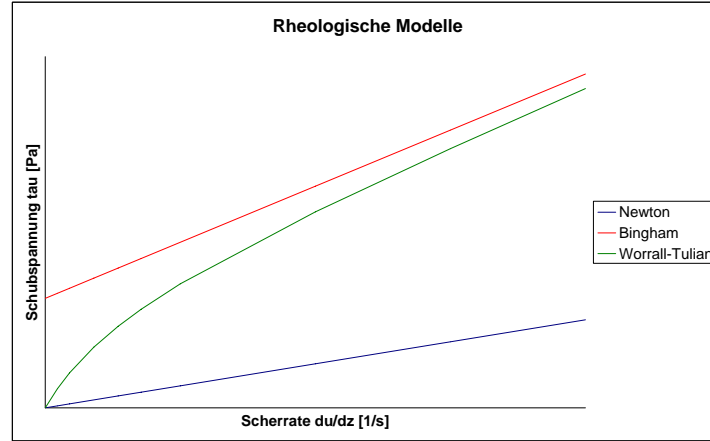


Abbildung 4.2.: Rheologische Modelle

das Material zu fließen. Von dem Bingham Modell gibt es dann viele Abwandlungen, wovon eine das von Worrall-Tuliani ist, welches für diese Simulation zum Einsatz kommt. Es hat sich im Laufe der Zeit gezeigt, dass das Bingham Modell nicht ganz zutreffend ist. Denn die Messinstrumente (Roto-Viskosimeter) wurden immer genauer und konnten so auch Messungen für sehr kleine Scherraten durchführen. Dabei hat sich gezeigt, dass die Annahme eines yield stress nicht unbedingt gerechtfertigt ist [1]. Allerdings ist es bis heute noch umstritten, ob dieser yield stress vielleicht nicht doch existiert, nur sehr viel kleiner ist, als bisher angenommen. In dieser Simulation wird kein yield stress angenommen und das hat vor allem einen Grund. Die Viskosität ist die Steigung der Fließkurve, also die erste Ableitung. Würde ein yield stress existieren, würde die Viskosität für sehr kleine Scherraten gegen unendlich gehen. Das kann man aber nicht simulieren, also muss man für die Simulation einen endlichen, aber sehr hohen Wert angeben. An irgendeiner Stelle (also für eine sehr kleine Scherrate) springt die Viskosität auf den Bingham Wert. Solche Sprünge verursachen in Simulationen grundsätzlich Probleme, so auch in diesem Fall. Deshalb ist es besser, einen kontinuierlichen Übergang zu schaffen, zwischen der sehr hohen Anfangsviskosität und der Bingham Viskosität. Dies wird beim Worrall-Tuliani Modell gemacht. Mathematisch stellt sich das wie folgt dar, wobei die Bedeutung der Formelzeichen aus Abbildung 4.3 hervorgeht.

$$\tau = \tau_y + \mu_\infty D + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty) D}{1 + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty) D}{\tau_B - \tau_y}} \quad (4.3)$$

Der yield stress τ_y ist dabei 0. Diese Funktion, nach der Scherrate abgeleitet, ergibt

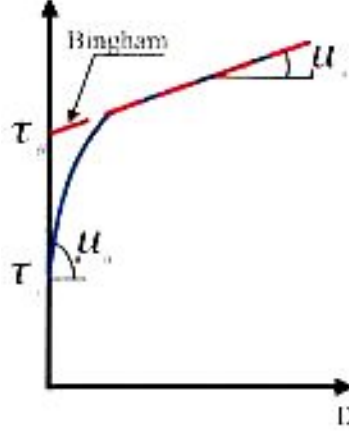


Abbildung 4.3.: Rheologisches Modell von Worrall-Tuliani [18]

die Viskosität, die in Gleichung 4.4 und in Abbildung 4.4 zu sehen ist.

$$\mu = \frac{\partial \tau}{\partial D} = \mu_\infty + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty) \left(1 + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty) D}{\tau_B - \tau_y} \right) - \frac{(\mu_0 - \mu_\infty)^2 D}{\tau_B - \tau_y}}{\left(1 + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty) D}{\tau_B - \tau_y} \right)^2} \quad (4.4)$$

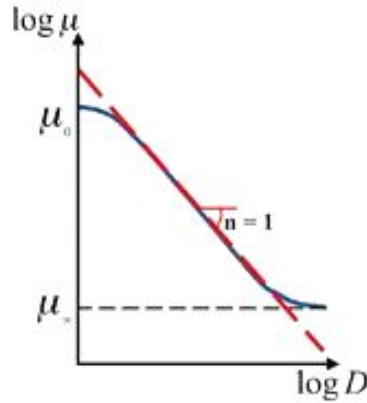


Abbildung 4.4.: Viskosität im Worrall-Tuliani Modell [18]

Die Scherrate D ist für den allgemeinen 2D Fall wie folgt implementiert [13]

$$D = \sqrt{2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2} \quad (4.5)$$

In der vorliegenden Simulation kann man alle Terme außer $\frac{\partial U}{\partial y}$ vernachlässigen. Denn die Geschwindigkeit ist über die Länge konstant und somit treten nur in der Vertikalen Geschwindigkeitsgradienten auf. Der Unterschied zwischen der oben definierten allge-

meinen Scherrate und $D = \frac{\partial U}{\partial y}$ ist sehr klein. Dies ist vor allem bei der Definition vom Strukturparameter λ in Kapitel 4.8 wichtig.

Es ist anschaulich klar, dass je höher die Schlickkonzentration ist, die Viskosität auch irgendwie zunehmen muss. Nach Messungen von R. Wurpts [18] tut es das auch. Dazu wurden Schlicksuspensionen unterschiedlicher Konzentration im Roto-Viskosimeter untersucht. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.5 zu sehen.

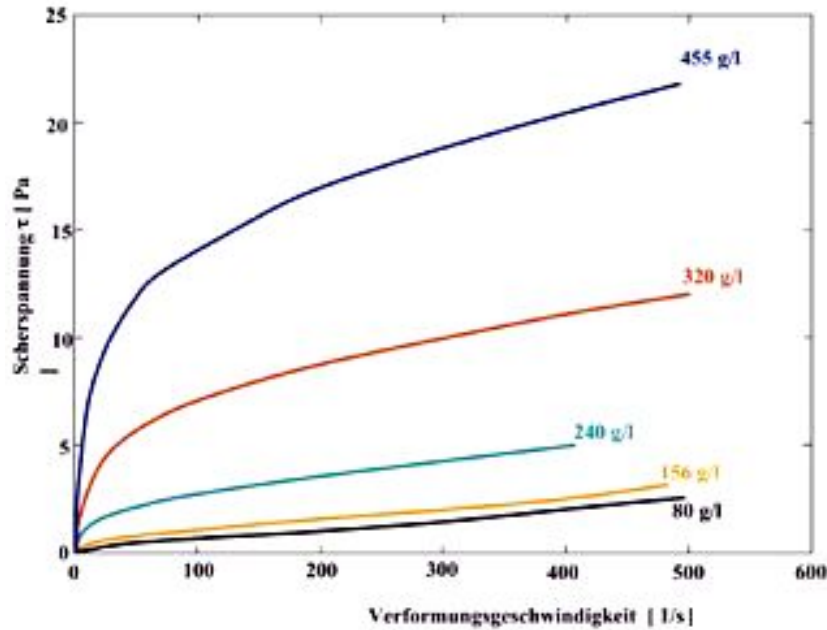


Abbildung 4.5.: Rheologische Messungen für zunehmende Schlickkonzentrationen [18]

Nachdem der yield stress 0 sein soll, bleiben 3 Parameter übrig, die man in Korrelation mit der Konzentration bringen kann. Dabei wurden die drei Parameter für jede Kurve optisch angepasst und dann in einem Diagramm über die Konzentration aufgetragen (siehe Anhang C). Man sieht bei allen 3 Parametern, dass sie überproportional mit der Konzentration anwachsen. Für die folgenden Regressionskurven wurde eine optimale Anpassung erreicht:

$$\mu_0 = 7,5E - 8c^{2,686} + 0,001003 \quad (4.6)$$

$$\mu_\infty = 3E - 8c^2 + 1,7E - 5c + 0,001003 \quad (4.7)$$

$$\tau_B = 0,2333e^{0,0095c} \quad (4.8)$$

Dabei ist zu beachten, dass sich insbesondere für kleine Scherraten und kleine Konzentrationen, die sich schlecht ablesen lassen, keine unsinnigen Werte herauskommen. Deshalb taucht die Viskosität von Wasser mit $0,001003 \text{ kg}/(\text{ms})$ in zwei der Gleichungen auf. Damit wird verhindert, dass die Viskosität kleiner wird als die von klarem

Wasser. Für sehr hohe Scherraten kann es aber doch passieren, dass die Viskosität etwas kleiner wird, was aber in der udf abgefangen wird. Auch müssen negative Werte für τ unbedingt verhindert werden. Die Korrelationskoeffizienten bei μ_0 und μ_∞ sind sehr gut mit $R_{\mu_0} = 0,9996$ und $R_{\mu_\infty} = 0,9992$. Allerdings korreliert τ_B recht schlecht mit der Konzentration, $R_{\tau_B} = 0,9693$. Das ist auch der Grund, warum die Kurven nicht so schön auf die Messwerte passen (siehe Abbildung 4.6). Das zeigt aber nur, dass τ_B nicht nur von der Konzentration abhängt, sondern auch von anderen Parametern z. B. vom Alter der Schlicksuspension. Da innerhalb des organischen Materials biologische Abbauprozesse stattfinden, erhöht sich der Gasgehalt und damit auch die Materialeigenschaften. Für die qualitative Untersuchung von Schlicksuspensionen, die in dieser Arbeit durchgeführt wird, ist es aber von nicht allzu hoher Bedeutung. Die Viskosität für unterschiedliche Konzentrationen ist in Abbildung 4.7 zu sehen. [18] [1]

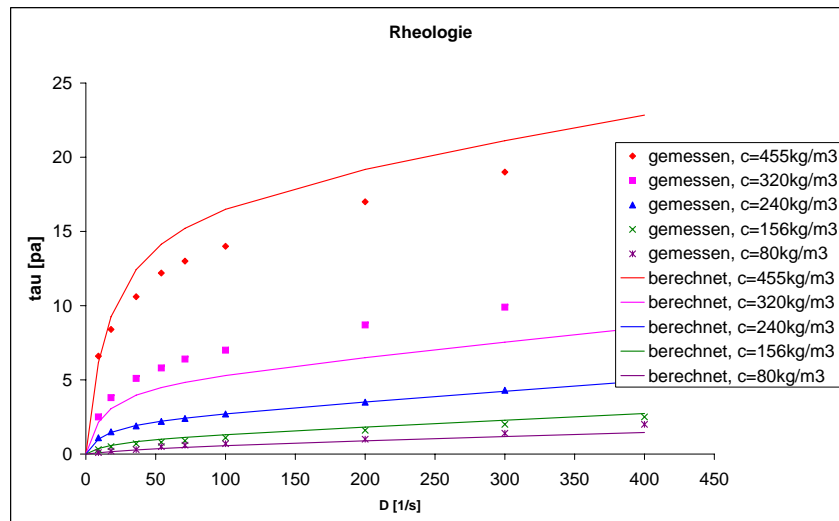


Abbildung 4.6.: Curve-fitting für die Fließkurve

4.2.4. Thixotropie

Thixotropie ist die zeitabhängige Veränderung der Viskosität. Schlick ist ein sehr feines, kohäsives Material. Als solches hat es die Eigenschaft Flocken zu bilden und zu größeren Konglomeraten heranzuwachsen. Es bildet sich eine Struktur, die die Viskosität deutlich steigert. Dieser Vorgang braucht allerdings etwas Zeit. Umgekehrt kann man diese Struktur zerstören, indem man die Scherrate erhöht. In den Messungen mit einem Roto-Viskosimeter macht sich dieser Effekt durch eine Hysterese bemerkbar, wie in Abbildung 4.8 zu sehen ist.

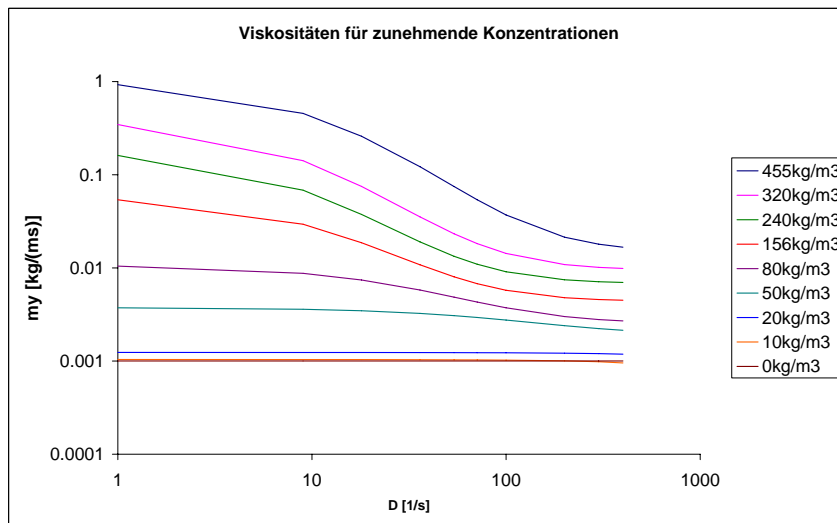


Abbildung 4.7.: Curve-fitting für die Viskosität

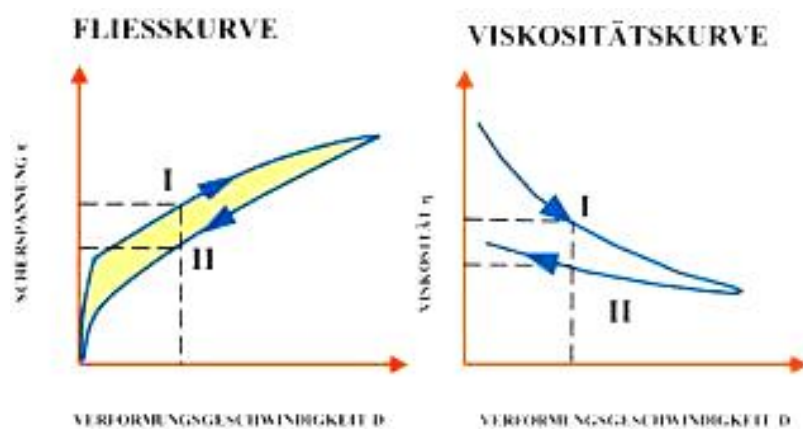


Abbildung 4.8.: Thixotropes Verhalten von Schlick

Die Ergebnisse werden so gedeutet, dass wenn man die Messung mit dem Roto-Viskosimeter startet, die Schlicksuspension eine voll ausgebildete Struktur aufweist. Die Viskosität ist sehr hoch und man braucht viel Kraft, um eine Scherrate auf die Flüssigkeit aufzubringen. Je höher die Scherrate wird, desto mehr wird von dieser Struktur zerstört. Wenn man die Scherrate anschließend wieder herunterfährt, benötigt man weniger Kraft dafür, denn die Viskosität ist geringer als zu Beginn, als die Struktur noch vorhanden war. Moore hat 1959 dieses Phänomen mathematisch beschrieben. Dazu wird ein Strukturparameter λ eingeführt, der zwischen 0 (keine Struktur) und 1 (gut ausgebildete Struktur) schwankt. Die zeitliche Veränderung dieses Parameters ist durch eine Differentialgleichung wie folgt definiert:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = a(\lambda_0 - \lambda) - bD\lambda \quad (4.9)$$

λ_0 ist gewöhnlich 1 und stellt den Maximalwert dar, den λ annehmen kann. Der Parameter a wichtet den Aufbau der Struktur, b wichtet den Abbau der Struktur. Die absoluten Werte für a und b lassen sich nur schwer bestimmen, aber man kann das Verhältnis mithilfe der Gleichgewichtskurve (equilibrium flow curve, EFC) bestimmen.

Da die Differentialgleichung für λ nicht analytisch lösbar ist, muss diese numerisch durch den Solver gelöst werden. Dabei fällt auf, dass diese Differentialgleichung eine gewisse Ähnlichkeit mit der Transportgleichung hat. FLUENT bietet die Möglichkeit, für einen user defined scalar (uds) die Transportgleichung zu lösen. Dabei lassen sich die einzelnen Terme (Advektion, Diffusion, instationärer Term und Quellterme) in gewissen Grenzen verändern, so wie das für die Implementierung der Sinkgeschwindigkeit auch nötig ist. Für den Strukturparameter wird nun neben dem Schlick ein weiterer uds definiert. Dabei ist es wichtig zu verstehen, dass der Strukturparameter nur eine theoretische Größe ist, die die Struktur des Schlicks beschreibt und kein gelöster Stoff ist, der mit dem Fluid mittransportiert wird. Die allgemeine Transportgleichung, die in FLUENT implementiert ist, sieht wie folgt aus (vgl. Kapitel 2.6)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y) + \nabla(\rho \vec{v} Y) = \nabla \rho \varepsilon_i \nabla Y + S \quad (4.10)$$

Damit die Transportgleichung nun die Form bekommt, mit der λ definiert ist, müssen die Terme etwas modifiziert werden. Y ist die Größe, für die die Transportgleichung gelöst wird, üblicherweise ist $Y = c$, d. h. die Volumenkonzentration eines Stoffes. Hier ist $Y = \lambda$. λ ist eine theoretische Größe und hat daher keine Dichte. Deshalb muss der default instationäre Term dahingehend modifiziert werden:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y) \longrightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\lambda)$$

Der Advektionsterm beschreibt ja den Transport eines Stoffes, der sich mit der Strömungsgeschwindigkeit fortbewegt. \vec{v} ist daher der Geschwindigkeitsvektor und normalerweise folgendermaßen definiert: $\vec{v} = (U \ V \ W)$. In diesem Fall soll aber nicht die Advektion berechnet werden, sondern die Scherrate. Dazu muss der Geschwindigkeitsvektor modifiziert werden zu $\vec{v} = (0 \ U \ 0)$. Dann ergibt sich aus dem Advektionsterm

die Scherrate, die noch mit dem konstanten Parameter b multipliziert wird und den Abbau des Strukturparameters beschreibt. Dazu muss gesagt werden, dass diese Definition der Scherrate nur für horizontale Strömungen gilt und nicht allgemeingültig ist.

$$\nabla(\rho \vec{v} Y) \longrightarrow b \frac{\partial U}{\partial y} \lambda = b D \lambda$$

Der Diffusionsterm hat keine Entsprechung in der Differentialgleichung für λ . Deshalb werden die Diffusionsparameter ε_i allesamt zu 0 gesetzt.

$$\nabla \rho \varepsilon_i \nabla Y \longrightarrow 0$$

Bleibt zuletzt noch der Quellterm S , der den zeitabhängigen Aufbau des Strukturparameters beschreibt.

$$S \longrightarrow a(\lambda_0 - \lambda)$$

Auf diese Weise wird aus der allgemeinen Transportgleichung die Differentialgleichung für λ und kann nun mit FLUENT gelöst werden.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y) + \nabla(\rho \vec{v} Y) = \nabla \rho \varepsilon_i \nabla Y + S \longrightarrow \frac{\partial \lambda}{\partial t} + b D \lambda = a(\lambda_0 - \lambda)$$

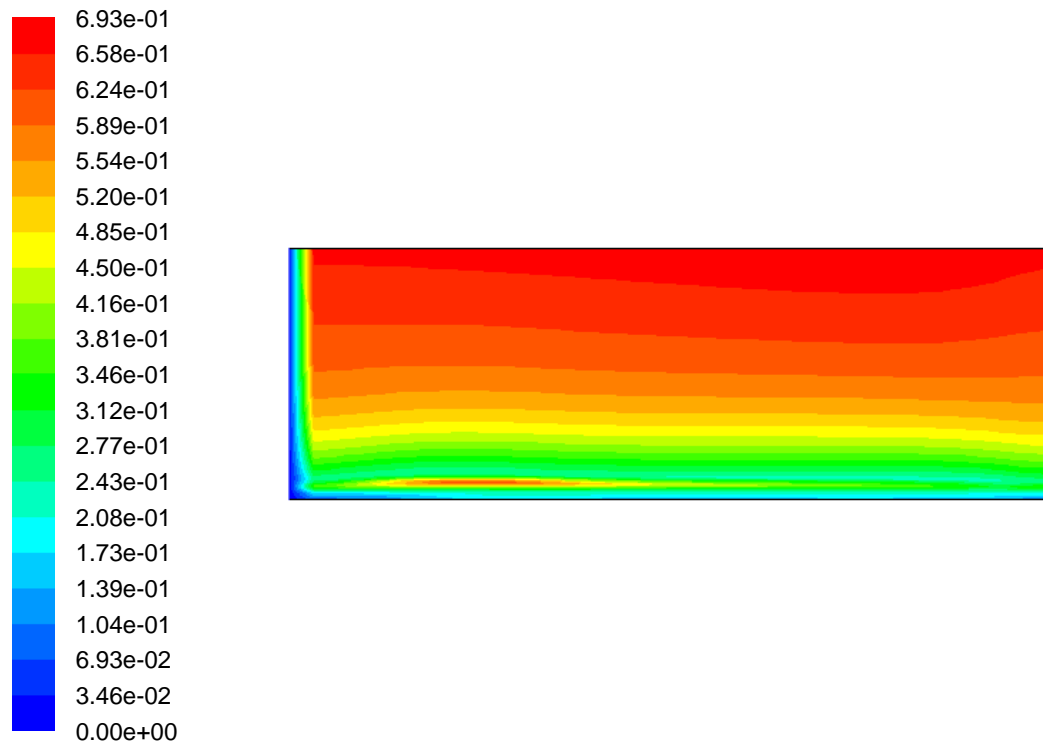
Die Verteilung von λ ist in Abbildung 4.9 dargestellt. Man sieht deutlich, wie die Scherrate das λ prägt. Nahe der Sohle, wo die Scherrate am höchsten, ist λ am kleinsten. Man sieht, dass die am Einlass vorgegebenen Werte für λ (in dem Fall 0) keinen großen Einfluss haben, da sich λ sehr schnell einpendelt.

Da der Strukturparameter zeitabhängig ist, ist auch der zeitliche Verlauf von λ interessant. In Abbildung 4.10 wurde λ mit 0 (also keine Struktur) initialisiert. Es steigt relativ schnell auf ein bestimmtes Niveau an und bleibt dort, solange sich die Scherrate nicht ändert.

Wie schnell λ ansteigt und auf welchem Niveau es bleibt, hängt von den Parametern a und b ab. Um den Einfluss von a und b besser veranschaulichen zu können, wurde folgende implizite Formel von λ mit einem konstanten Zeitschritt (1s) und einer konstanten Scherrate ($0,01s^{-1}$) und unterschiedlichen Parametern für a und b gerechnet, wie in Abbildung 4.11 und Gleichung 4.11 zu sehen ist. [14]

$$\lambda_t = \frac{\lambda_{t-\Delta t} \left(\frac{2}{\Delta t} - a - b D_{t-\Delta t} \right) + 2a}{\frac{2}{\Delta t} + a + b D_t} \quad (4.11)$$

Vergleicht man die durchgezogenen Kurven, wo sich nur a ändert, b aber konstant bleibt, sieht man, dass sich die Steigung der Kurve und das Niveau ändert. Die Steigung bedeutet, je steiler sie ist, desto schneller erreicht λ seinen asymptotischen Wert. Das Niveau zeigt an, wie groß λ bei gegebener Scherrate werden kann. Ist die Scherrate 0, wird $\lambda = 1$. Der Parameter b verändert nur das Niveau, nicht die Steigung, wie die dickeren gestrichelten Linien aus dem Diagramm zeigen. Die unterste Linie ist mit den



Contours of User Scalar 1 (Time=1.0000e+03)

Jul 19, 2007
FLUENT 6.3 (2d, dp, dbns imp, ske, unsteady)

Abbildung 4.9.: Die räumliche Verteilung von λ

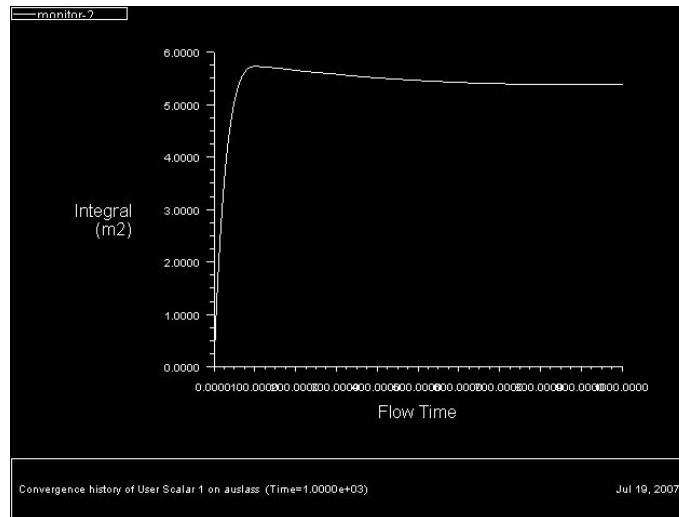
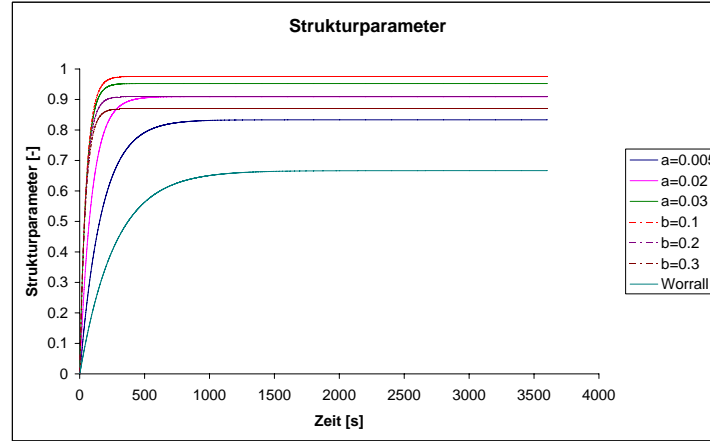


Abbildung 4.10.: Die zeitliche Veränderung des Strukturparameters während einer Simulation


 Abbildung 4.11.: Einfluss des Parameters a auf λ implizit gerechnet

Parametern, die Worrall/Tuliani [16] für einen Ton vorgeschlagen haben. Allerdings ist die experimentelle Bestimmung der Parameter schwierig. Das Verhältnis der beiden lässt sich aus Gleichgewichtskurven bestimmen, die absoluten Werte aber nicht. Die Parameter, die in dieser Simulation verwendet wurden sind $a = 0,02$ und $b = 0,1$. Das hat vor allem den Hintergrund, dass λ in den relativ kurzen Fließzeiten der Simulation einen recht hohen Wert erreicht, damit der Effekt spürbar wird.

Damit der theoretische Strukturparameter eine physikalische Bedeutung im Modell bekommt, muss dieser in die Definition der Viskosität eingearbeitet werden. Anschaulich gesprochen muss die Viskosität bei niedrigen Scherraten sehr hoch sein, wenn die Struktur voll ausgebildet ist. Ist die Struktur erst zerstört, hat der Strukturparameter keinen Einfluss mehr auf die Viskosität. Nach Worrall/Tuliani [16] und Toorman [14] hat der Strukturparameter einen Einfluss auf den yield stress τ_y und auf die Anfangsviskosität μ_0 . Die Binghamviskosität μ_∞ , die sich bei hohen Scherraten einstellt, bleibt vom Strukturparameter unberührt. Demnach ergibt sich für die Fließkurve folgender Zusammenhang

$$\tau = \tau_y \lambda + \mu_\infty D + (\mu_0 - \mu_\infty) D \lambda \quad (4.12)$$

Das in dieser Simulation verwendete rheologische Modell von Worrall und Tuliani unterscheidet sich zudem etwas von dem in Gleichung 4.12 dargestellten Bingham-Modell. Angelehnt an Gleichung 4.12, wurde für die Simulation folgende Gleichung zugrunde gelegt (vgl. Gleichung 4.3)

$$\tau = \tau_y \lambda + \mu_\infty D + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty) D \lambda}{1 + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty) D}{\tau_B - \tau_y}} \quad (4.13)$$

Wie schon in Kapitel 4.4 erläutert, ist der yield stress $\tau_y = 0$. Für die Simulation ist nur die Viskosität, also die Ableitung der Fließkurve nach der Scherrate interessant. Dabei ist λ allerdings auch von der Scherrate abhängig und muss deshalb bei der Ableitung berücksichtigt werden.

$$\mu = \frac{\partial \tau}{\partial D} = \mu_\infty + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty)(\lambda + D\lambda') \left(1 + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty)D}{\tau_B - \tau_y}\right) - \frac{(\mu_0 - \mu_\infty)^2 D \lambda}{\tau_B - \tau_y}}{\left(1 + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty)D}{\tau_B - \tau_y}\right)^2} \quad (4.14)$$

Die Ableitung von λ nach der Scherrate D erweist sich als Problem. Da sie analytisch nicht bestimmbar ist, muss diese in diskreter Form formuliert werden.

$$\lambda' = \frac{\lambda_t - \lambda_{t-\Delta t}}{D_t - D_{t-\Delta t}} \quad (4.15)$$

Das bringt wiederum einige numerische Schwierigkeiten mit sich. Zunächst muss für den Fall, dass der Nenner 0 ergibt, λ' einen endlichen Wert erhalten, was einen Wertesprung bedeutet. Zudem ist es so, dass der Nenner sehr viel kleiner ist, als der Zähler, was zu sehr großen Werten für λ' führt, die die ganze Simulation durcheinander bringen. Deswegen wurde λ' einfach zu 0 gesetzt, was die Simulation deutlich verbessert.

Um die Implementierung von λ zu validieren, wurde das Modell umgebaut. Von der Geometrie bleibt das Modell gleich, allerdings sind die Abmessungen kleiner. Der Kasten ist jetzt nur noch 1cm hoch und 3cm breit und stellt quasi einen Ausschnitt aus einem Viskometer dar. Die Strömung wird nicht mehr am Einlass vorgegeben, sondern durch eine Schubspannung am oberen Rand. Die Schubspannung wird von 0 auf 6Pa innerhalb von 1,5s hochgefahren, danach innerhalb von 3s wieder auf 0 zurück. D. h. das Viskometer ist spannungsgesteuert. Der initialisierte Wert für λ ist 1, also ein Material, das lange genug in Ruhe war, um seine volle Struktur aufzubauen. Es dauert ungefähr diese 1,5s, bis diese Struktur vollständig zerstört ist, deshalb die kurze Beschleunigungsphase. Die Verzögerungsphase ist aufgrund der Trägheit der Flüssigkeit etwas länger gewählt. Das Geschwindigkeitsprofil sowie die Profile von k und ϵ am Einlass, werden vom Auslass wieder übernommen. Das Material hat keine Sinkgeschwindigkeit mehr, und die Konzentration wurde konstant mit 500 kg/m^3 vorgegeben. Diese hohe Konzentration hat den Vorteil, dass die Viskosität sehr hoch ist und die Flüssigkeit beim Abbremsen schneller zum Stillstand kommt. Während der Simulation wird die maximale Knotengeschwindigkeit am Auslass (aus der die gemittelte Scherrate berechnet wird), sowie die gemittelte Schubspannung am oberen Rand aufgezeichnet. Diese werden beim Postprocessing gegeneinander geplottet und man bekommt eine Fließkurve wie in Abbildung 4.12 zu sehen ist.

Man erkennt sehr schön die Hystereseschleife, die in diesem Kapitel schon erläutert wurde. Somit ist qualitativ gezeigt, dass λ richtig implementiert ist. Allerdings kann die Hysterese für andere Werte für a und b und andere Konzentrationen deutlich anders aussehen. Insbesondere der seltsame Bogen, wo die Schubspannung bereits zurückgeht, die Scherrate aber dennoch weiter steigt, ist bei einer anderen Simulation nicht vorhan-

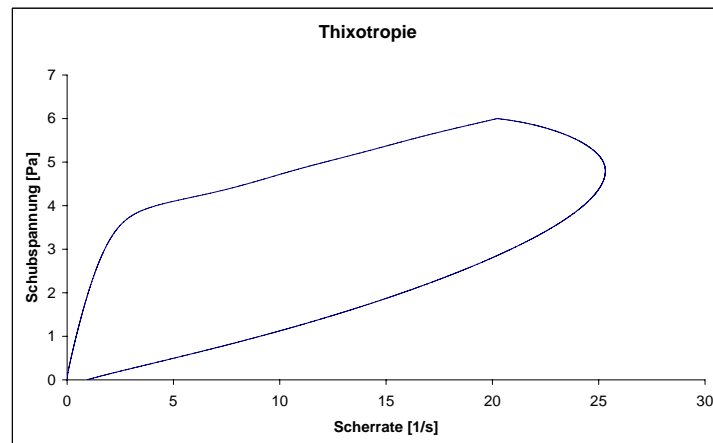


Abbildung 4.12.: Fließkurve mit Thixotropie aus der Simulation

den. Allerdings geht bei der anderen Simulation die Scherrate nicht auf 0 zurück, weil der Abbremsvorgang zu schnell eingestellt war. Mit besser abgestimmten Parametern für a und b und die Konzentration, könnte man auch bessere Ergebnisse erzielen. Dafür ist man aber auf Messwerte angewiesen, die für diese Arbeit nicht vorliegen. Hier soll nur qualitativ gezeigt werden, dass es funktioniert.

Um die Glaubwürdigkeit noch weiter zu untermauern, wurde derselbe Versuch mit einem konstanten Wert für $\lambda = 1$ gefahren. Hierbei darf nun keine Hystereseschleife entstehen, stattdessen muss die Kurve denselben Weg zurückgehen, den sie gekommen ist. Das tut es auch weitestgehend, wie in Abbildung 4.13 zu sehen ist. Kleine Abweichungen sind durch numerische Ungenauigkeiten zu erklären. Man sieht, dass bei gleicher Schubspannung geringere Scherraten erreicht werden als bei der vorigen Simulation, da die Struktur die ganze Zeit erhalten bleibt.

4.3. Sinkgeschwindigkeit

Schlick wird im Modell als gelöster Stoff betrachtet, für den die Transportgleichung gelöst wird, ein so genannter benutzerdefinierter Skalar (uds). Im Gegensatz zu Salz und anderen gelösten Stoffen hat Schlick die Eigenschaft abzusinken. Wenn man ein Glas mit einer Schlicksuspension füllt und eine Weile stehen lässt, bildet sich oben eine Klarwasserzone und unten eine hochkonzentrierte Schlickschicht. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, muss der Advektionsterm der Transportgleichung modifiziert werden. Dazu wird eine Sinkgeschwindigkeit w_s definiert. Für Kugeln kann man die

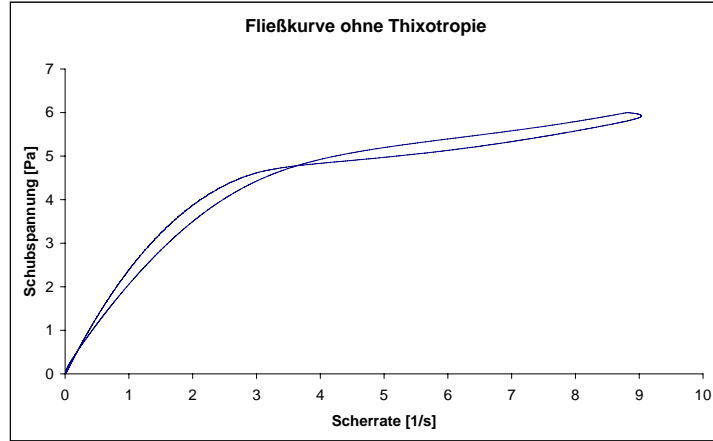


Abbildung 4.13.: Fließkurve ohne Thixotropie aus der Simulation

Sinkgeschwindigkeit nach Stokes [20] wie folgt berechnen

$$w_s = \frac{g}{18\nu} \frac{\rho_w - \rho_s}{\rho_w} d^2 \quad (4.16)$$

Die Sinkgeschwindigkeit fügt man nun zur Transportgleichung hinzu, sodass diese dann wie folgt aussieht

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial U c}{\partial x} + \frac{\partial V c}{\partial y} + \frac{\partial (W - w_s) c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad (4.17)$$

Die Sinkgeschwindigkeit würde dabei nur von der Korngröße abhängen und wäre ein konstanter Wert. Betrachtet man den Fall einer stationären, gleichförmigen Strömung, einer konstanten Sinkgeschwindigkeit und einer turbulenten Diffusion (die der Sinkgeschwindigkeit entgegen wirkt und parabelförmig über die Tiefe verteilt ist) ohne Schichtungsansätze, stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein, den man analytisch beschreiben kann, das so genannte Rouseprofil. Demnach berechnet sich die Konzentration in Abhängigkeit der Tiefe und einer Referenzkonzentration über der Sohle wie folgt

$$c = c_a \left(\frac{h - y_w}{y_w} \frac{y_a}{h - y_a} \right)^\zeta \quad (4.18)$$

Als Referenzpunkt wird der Zellmittelpunkt der untersten Zelle genommen. Dieser Wert darf nicht 0 sein, da das Rouseprofil sonst gegen unendlich geht. Die Referenzkonzentration ist die Konzentration in der untersten Zelle, die man in der Simulation

errechnet hat. Die Schwebstoffzahl berechnet sich wie folgt

$$\zeta = \frac{w_s}{\kappa U^* \Gamma_0} = 0,7 \quad (4.19)$$

Für die Simulation wurde zunächst eine konstante Sinkgeschwindigkeit von 0,01m/s vorgegeben. Das so erzeugte Konzentrationsprofil des uds wird mit dem analytisch errechneten Rouseprofil verglichen, was auch gut passt, siehe Abbildung 4.14. Der Korrelationskoeffizient beträgt $R = 0,9999$. Allerdings muss man dazu sagen, dass die verwendeten turbulenten Schmidtzahlen nicht so zueinander passen, wie die Profile. Bei dem Rouseprofil wurde eine Schmidtzahl von 0,7 zugrunde gelegt, in der Simulation 1,3. Beides bewegt sich zwar im Bereich des Möglichen, passt aber nicht exakt zusammen. Würde für das Rouseprofil auch 1,3 angenommen, würden die Kurven nicht mehr ganz so gut aufeinander passen ($R = 0,93$). [3]

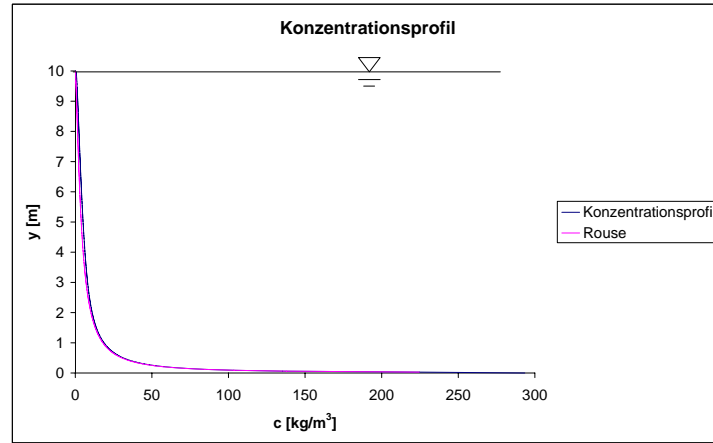


Abbildung 4.14.: Konzentrationsprofil für konstante Sinkgeschwindigkeit in ungeschichteter Strömung

Für Sedimente mag die Annahme einer für die Korngrößen konstanten Sinkgeschwindigkeit gerechtfertigt sein, für kohäsives Feinmaterial wie Schlick trifft das nicht mehr zu. Denn das feine Material fügt sich zu größeren Flocken zusammen, die dann wiederum eine größere Sinkgeschwindigkeit haben. Messungen haben dabei gezeigt, dass die Sinkgeschwindigkeit stark mit der Konzentration korreliert. Dabei wird folgender Zusammenhang festgestellt

$$w_s = k_s c^m \quad (4.20)$$

Irgendwann ist die Konzentration so hoch, dass die Flocken sich gegenseitig beim Absinken behindern, man spricht von “hindered settling“. Die Sinkgeschwindigkeit nimmt

dann mit zunehmender Konzentration ab, was die folgende Gleichung beschreibt

$$w_s = w_p(1 - \alpha c)^\beta \quad (4.21)$$

Mit den Parametern $k_s = 0,022$, $m = 0,65$, $w_p = 0,136$, $\alpha = 0,006$ und $\beta = 5$ ergibt sich die Verteilung, wie in Abbildung 4.15 dargestellt wird. Sie ist an eine Verteilung von Rijn [12] angelehnt. Die maximale Sinkgeschwindigkeit von 0,1m/s ist sehr hoch gewählt, denn üblicherweise liegt sie zwischen 0,0001m/s und 0,01m/s. Es ist deshalb so hoch gewählt, damit sich das Konzentrationsprofil deutlicher ausbilden kann. Ist sie niedriger gewählt, sind die maximalen Konzentrationen an der Sohle relativ niedrig, da die aufwirbelnden Diffusionskräfte zu hoch sind. Die Schichtungseffekte und die Viskosität, die das Geschwindigkeitsprofil verändern, sind dann nicht gut zu erkennen.

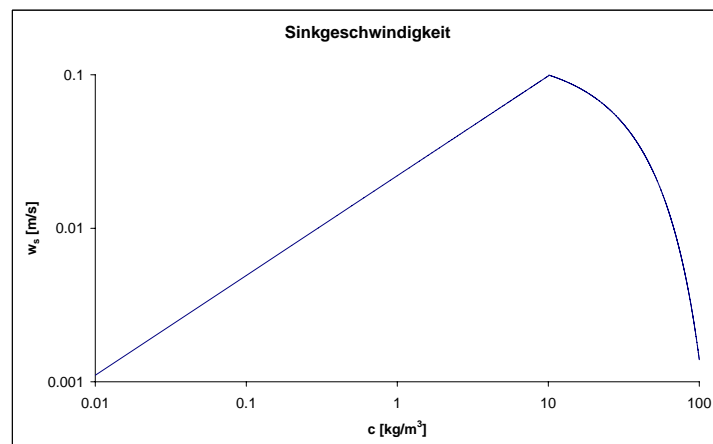


Abbildung 4.15.: Sinkgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Konzentration

5. Ergebnisse

Die Ergebnisse sind in erster Linie qualitativ zu bewerten, da Messergebnisse aus Laborversuchen nicht vorliegen. Natürlich sollten sich die Werte in realistischen Grenzen bewegen. In vorangegangenen Kapiteln wird gezeigt, dass die Randbedingungen, so wie sie eingestellt sind, für einfache Fälle gute Ergebnisse liefern. Es stellt sich ein logarithmisches Geschwindigkeitsprofil ein, die Verteilung der turbulenten Viskosität passt gut mit Messungen zusammen, ebenso die Verteilung von k und ϵ . Auch die Implementierung der Sinkgeschwindigkeit konnte mit dem Rouseprofil validiert werden. Für diese Simulation kommen noch Eigenschaften hinzu, die in der Form noch nicht zusammenhängend simuliert wurden und für die auch keine analytischen Lösungen vorliegen. Das sind insbesondere die konzentrationsabhängige Sinkgeschwindigkeit, die konzentrationsabhängige nicht Newton'sche Viskosität, die Schichtungseffekte und der Strukturparameter λ . All diese Eigenschaften sind mit dem System gekoppelt und produzieren so eine ganz eigene Lösung, die im Folgenden diskutiert wird.

Zunächst sind in Abbildung 5.1 die einzelnen Modelle und ihre Wechselbeziehungen untereinander veranschaulicht. Dazu ist auch dargestellt, welche Größen ausgetauscht werden.

Das Modell wird mit folgenden Startwerten initialisiert:

p_{Gauge}	0Pa
U	1m/s
V	0m/s
k	$1m^2/s^2$
ϵ	$1m^2/s^3$
c	$10kg/m^3$
λ	0

Da die Simulation instationär ist, dauert es eine Weile, bis das Modell zu einem Gleichgewicht kommt. Nach etwa 1000s ist dieser Prozess abgeschlossen. Alle Plots stellen also das Profil nach 1000s dar, wobei die Profile jeweils aus der Mitte des Modells ($x = 16m$) entnommen sind. Im Anhang sind die räumlichen Verteilungen der Plots dargestellt (Anhang A). Diese sollen zeigen, dass die Profile über die Länge konstant sind. Der Schlick sinkt nach und nach ab und bildet schließlich das Konzentrationsprofil, wie es in Abbildung 5.2 zu sehen ist.

Sowohl die Größenordnung der Konzentration als auch das Profil passen gut zu Messungen, z. B. von van Rijn [12]. Besonders ausgeprägt ist die Lotucline, also der Konzentrationssprung. Innerhalb weniger Zentimeter steigt die Konzentration von fast 0 auf über $100kg/m^3$ an. In der Schlickschicht selbst ist die Konzentration aber relativ konstant. Die Sinkgeschwindigkeiten sind bei hohen Konzentrationen wieder sehr

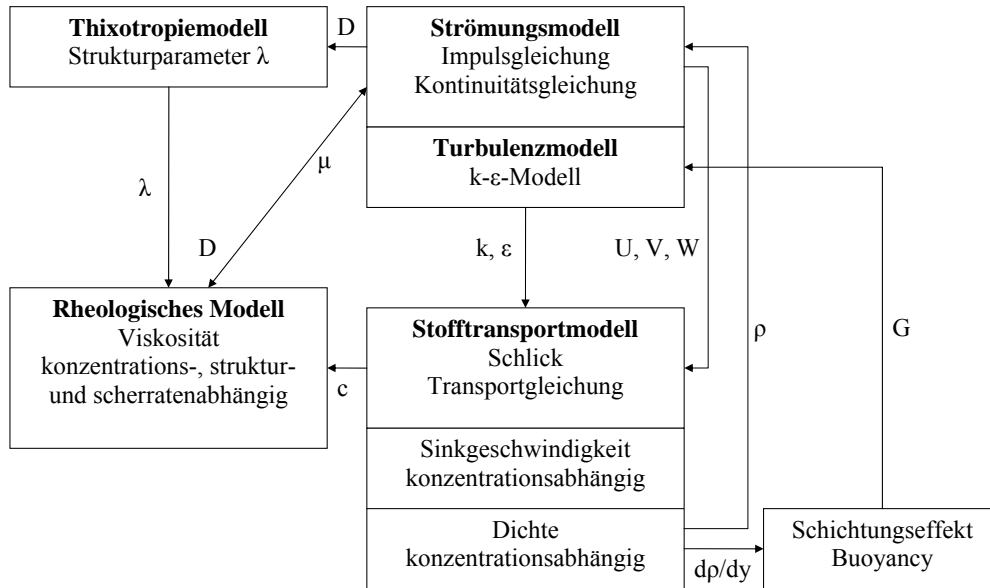


Abbildung 5.1.: Die Modellstruktur

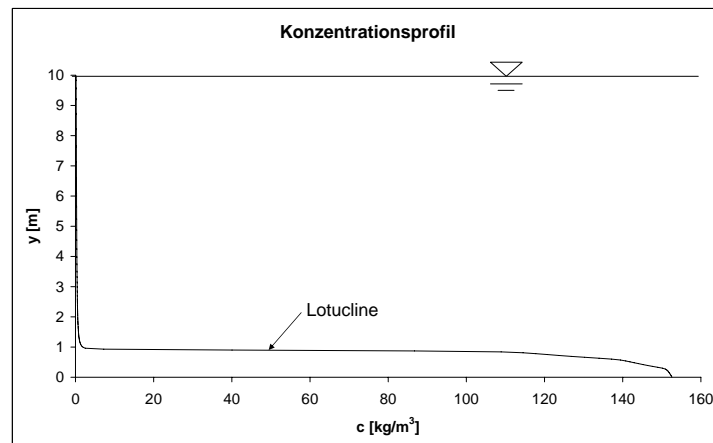


Abbildung 5.2.: Konzentrationsprofil

klein. Von oben kommt nichts mehr nach, da wegen der sehr niedrigen Konzentration die Sinkgeschwindigkeit sehr klein ist. Es bleibt eine geringe Restkonzentration in der Wassersäule enthalten. Wie hoch die maximale Konzentration ist, hängt im Wesentlichen von der Sinkgeschwindigkeit ab. Ist diese insgesamt sehr klein, sind die aufwirbelnden Kräfte zu groß, so dass sich keine Lotucline ausprägen kann und die maximale Konzentration nur wenig von der initialisierten Konzentration abweicht. Die initialisierte Konzentration (hier $10\text{kg}/\text{m}^3$) hat einen Einfluss auf die Dicke der Schlickschicht. Je mehr im System vorhanden ist, desto dicker wird die Schicht.

Zwischen der Konzentration und der Dichte besteht ein linearer Zusammenhang, sodass qualitativ kein Unterschied zum Konzentrationsprofil besteht. Natürlich unterscheiden sich aber die Zahlenwerte, siehe Abbildung 5.3.

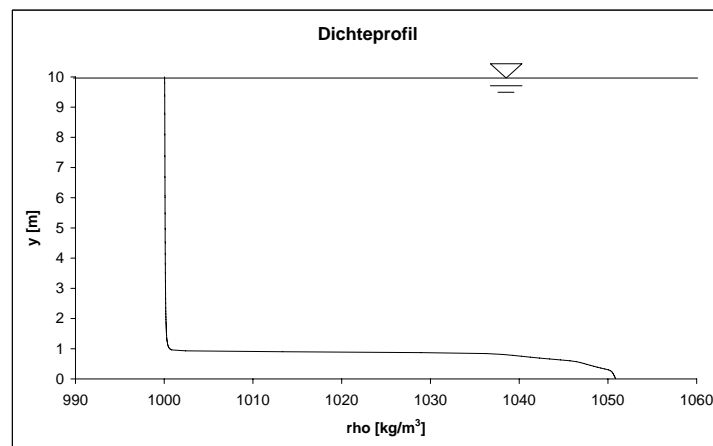


Abbildung 5.3.: Dichteprofil

Im oberen Bereich, wo das Wasser fast klar ist, liegt die Dichte bei etwa $1000\text{kg}/\text{m}^3$, im hochkonzentrierten Bereich der Schlickschicht bei etwa $1050\text{kg}/\text{m}^3$. Auch wenn sich die Dichte betragsmäßig nur wenig ändert, sorgt sie im Modell für eine geschichtete Strömung. Bei einer geschichteten Strömung findet zwischen der Schlickschicht und der relativ klaren Wassersäule kaum noch Impuls- oder Stoffaustausch statt, es kommt zu einer Phasentrennung. Die beiden Phasen Schlick und Wasser bewegen sich quasi unabhängig voneinander. Der Impulsaustausch wird durch die turbulente Viskosität μ_t bewerkstelligt, der Stoffaustausch durch die Diffusion ε . Beide unterscheiden sich nur durch den Faktor 1,3 (die turbulente Schmidtzahl Γ). Ist in einem Modell die Schwerkraft zusammen mit einem Dichtegradienten $\partial\rho/\partial y$ vorhanden, findet eine Entkopplung statt. Das wird durch den Buoyancy Effekt erreicht, der in Kapitel 2.5.3 bereits erläutert wurde. Dabei wird die Generierung von der turbulenten kinetischen Energie G gedämpft und zwar in Abhängigkeit des Dichtegradienten. Das führt dazu, dass an der Grenzschicht zwischen Wasser und Schlick die Viskosität und die Diffusion auf 0 zu-

rückgehen, was bedeutet, dass kein Impuls- oder Stoffaustausch mehr stattfindet. Dies ist in Abbildung 5.4 zu sehen.

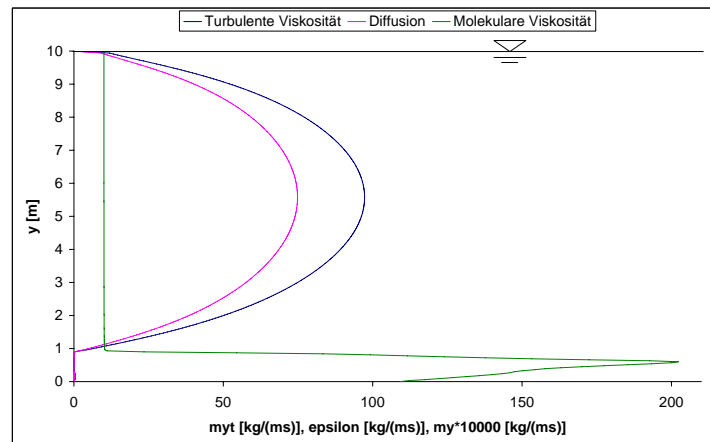


Abbildung 5.4.: Profile der turbulenten Viskosität, Diffusion und molekularen Viskosität

Dabei fällt auf, dass in der Schlickschicht kaum Diffusion oder turbulente Viskosität mehr auftritt, während die Maximalwerte in der Klarwasserzone deutlich größer sind, als bei der Validierung. Ohne diese Effekte war der Maximalwert der turbulenten dynamischen Viskosität noch bei $43 \text{ kg}/(\text{ms})$ (siehe Kapitel 3.2.1). Jetzt liegt der Maximalwert bei $97 \text{ kg}/(\text{ms})$, mehr als doppelt so viel. Das kann so erklärt werden, dass die Vernichtung turbulenter Energie (Dissipationsrate ϵ) von der Sohle gesteuert wird. An der Sohle hat das ϵ seinen Maximalwert. Davon bekommt die Klarwasserzone aber nichts mehr mit. Somit kann das ϵ die turbulente Energie nicht mehr so gut vernichten. Gleichzeitig entsteht an der Grenzschicht vermehrt turbulente kinetische Energie (siehe Anhang A), deshalb wird das Niveau der turbulenten Viskosität insgesamt höher.

Während innerhalb der Schlickschicht die turbulente Viskosität klein ist, ist die molekulare Viskosität dafür umso höher. Im Diagramm ist sie überhöht eingezeichnet, erreicht aber in diesem Bereich dieselbe Größenordnung wie die turbulente Viskosität. Diese hängt ganz stark von der Konzentration ab. Somit ist logisch, dass die Viskosität innerhalb der Schlickschicht am höchsten ist, wie in Abbildung 5.4 zu sehen ist. Zur Sohle hin nimmt sie aber wieder ab. Das hängt mit der Verflüssigung zusammen. Die Scherrate über der Sohle ist wegen der Haftbedingung natürlich sehr hoch, deswegen nimmt die Viskosität zur Sohle hin wieder ab (was bei größeren Netzen nicht stattfindet siehe Anhang B).

Das zeigt sich auch beim Strukturparameter λ , der auch von der Scherrate abhängt. In Abbildung 5.5 ist das Profil dargestellt. Dort ist wieder ein “Bauch“ in Sohlennähe zu sehen. An der Grenzschicht ist die Scherrate wieder sehr hoch, sodass λ nochmals

zurückgeht. Je geringer die Scherrate zur Oberfläche wird, desto mehr kann sich die Struktur ausbilden. Da aber in der Klarwasserzone die Konzentration sehr niedrig ist, hat λ keinen nennenswerten Einfluss mehr auf die Viskosität. Denn der Einfluss der Konzentration auf die Viskosität ist deutlich stärker, als der vom Strukturparameter.

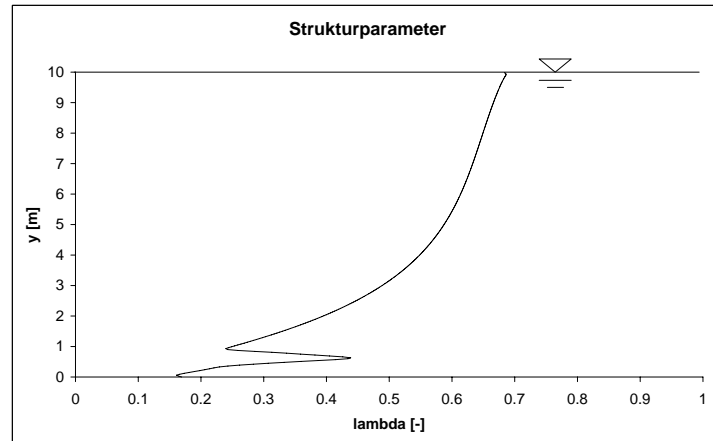


Abbildung 5.5.: Profil des Strukturparameters λ

All das mündet letztlich in das Geschwindigkeitsprofil, das bereits in der Sensitivitätsanalyse gezeigt wird. Es ist noch mal in Abbildung 5.6 zusammen mit der Konzentration und der molekularen Viskosität dargestellt. Zunächst sieht man deutlich die geschichtete Strömung. Die hochkonzentrierte Schlickschicht fließt viel langsamer als das Wasser darüber. An der Grenzschicht schert die Strömung aufgrund des Schichtungseffekts richtig ab. Das Strömungsprofil ist in der Klarwasserzone viel steiler als das logarithmische Profil bei der Validierung (vgl. Kapitel 3.2.1). Das liegt daran, dass durch die erhöhte turbulente Viskosität der Strömung mehr Energie entzogen wird.

Der “Bauch”, den das Geschwindigkeitsprofil innerhalb der Schlickschicht bekommt, hängt zusammen mit dem komplexen Wechselspiel zwischen der Viskosität und der Geschwindigkeit zusammen. Dort wo die Geschwindigkeit ihr lokales Minimum hat, ist die Viskosität am größten. Dort wo die Geschwindigkeit ihr lokales Maximum hat, bekommt die Viskosität einen Knick. Man kann beobachten, dass es eine Weile braucht, bis sich dieser Bauch ausbildet. In der Animation (Abbildung 5.8) kann man sehen, dass dieser “Bauch” am Anfang der Simulation nicht existiert. Die Geschwindigkeit geht allmählich zurück und erst dann stellt sich dieser Zustand ein, und das auch nur, wenn das Netz fein genug ist. Beim groben Netz ist dieser “Bauch” nicht vorhanden, da die molekulare Viskosität an der Sohle ihren Maximalwert erreicht (siehe Anhang B). Die Scherraten können durch das grobe Netz nicht ausgebildet werden und deswegen tritt auch keine Verflüssigung auf.

Dieses Ergebnis ist doch überraschend. Zwar ist zu erwarten, dass die Geschwindig-

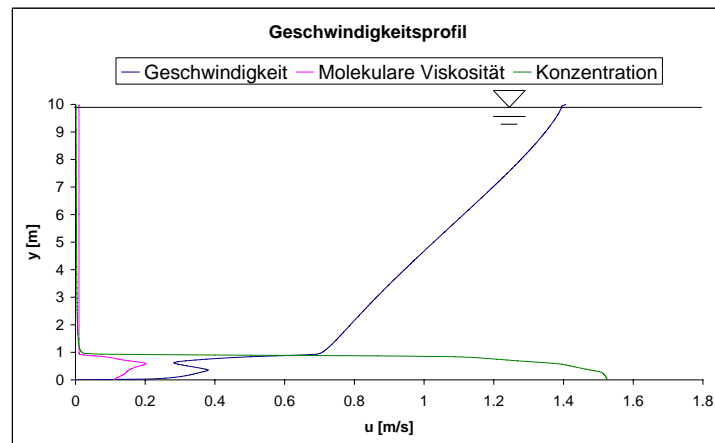
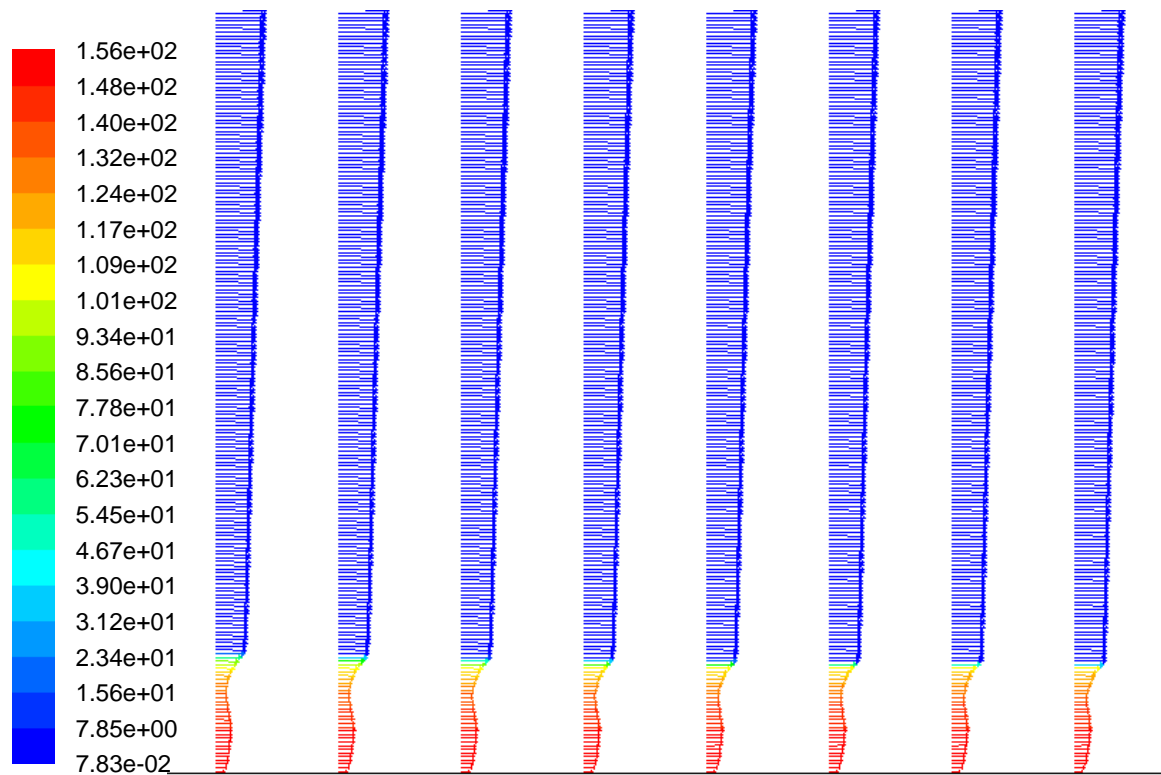


Abbildung 5.6.: Geschwindigkeitsprofil

keit wegen der hohen Viskosität zurückgeht, aber dieser “Bauch“ wurde so noch nicht beschrieben oder gemessen. Im Zusammenhang mit diesem Modell macht das Ergebnis durchaus Sinn.

Abschließend sei das Vektorprofil (für die Druckversion Abbildung 5.7) und die Vektoranimation (für die pdf Version Abbildung 5.8) gezeigt. Die feinen Vektoren stellen die Geschwindigkeit dar, die Farbe stellt die Konzentration dar. Es ist aus der Mitte des Gerinnes entnommen und zeigt nicht die ganze Höhe des Gerinnes. Aber alle wesentlichen Ergebnisse lassen sich daran gut sehen.



Velocity Vectors Colored By User Scalar 0 (Time=1.0000e+03)

Jul 19, 2007

FLUENT 6.3 (2d, dp, dbns imp, ske, unsteady)

Abbildung 5.7.: Vektorprofil mit Konzentration



Abbildung 5.8.: Animation (bitte in die Box klicken, geht natürlich nur in der pdf Version)

6. Ausblick

Wie gezeigt wurde, haben die Schichtungseffekte, Verflüssigung und Thixotropie einen großen Einfluss auf das Geschwindigkeitsprofil. Da das Modell in hohem Maße komplex ist, kann man diese Ergebnisse nur mit Hilfe numerischer Simulation lösen. Auch wenn man diese Ergebnisse im Wesentlichen erraten kann, zeigt sich im Detail ein doch unvorhergesehenes Ergebnis. Diese Ergebnisse müssen nun noch in Laborversuchen verifiziert werden, da die numerische Simulation doch ihre Tücken hat, wenn sie nicht hinreichend mit Hilfe von Messungen verifiziert ist. Da sind einige Parameter, die nur grob abgeschätzt wurden, insbesondere für die Strukturparameter sind Messungen nötig, um a und b bestimmen zu können. Die Parameter für das rheologische Modell bedürfen einer genaueren Untersuchung, insbesondere das τ_B . Die Sinkgeschwindigkeit ist ebenfalls viel zu hoch angenommen. Der Strukturparameter ist noch nicht allgemein definiert, da die Scherrate nur über die Vertikale gebildet wird, nicht aber in allgemeiner Form vorliegt. Ebenfalls nicht berücksichtigt sind Entrainmentraten, also wie viel Material aus dem Boden aufgewirbelt wird, oder sich absetzt. Ebenso könnte man auch die Konsolidierung des Bodens untersuchen. Denn über lange Zeit setzt sich der Schlick, indem das Wasser nach und nach herausgepresst wird und so immer dichter und fester wird. Es wäre spannend zu sehen, ob dieses Modell Konsolidierung berechnen kann, denn die Sinkgeschwindigkeit werden zwar immer kleiner, aber nicht 0, oder ob zusätzliche udfs implementiert werden können. Um das aber feststellen zu können, sind bei diesem Modell mehrere Tage oder Wochen Rechenzeit nötig, da auch die Konsolidierung über Tage und Wochen geht. FLUENT ist für Strömungen mit Reaktionen konzipiert. Ob das Verbrennungsvorgänge sind, oder wie in diesem Fall, biologische Abbauprozesse, die im Schlick stattfinden, auch das könnte modelliert werden.

Spannend dürfte in jedem Fall sein, ob sich dieser “Bauch“ im Geschwindigkeitsprofil im Laborgerinne nachweisen lässt. Welche Auswirkungen hätte diese Erkenntnis auf die Aufwirbelungstechnik, wenn man weiß, dass die maximalen Geschwindigkeiten in der Schlickschicht unter der Grenzschicht liegen? Hier sind weitere Forschungsarbeiten nötig.

Allerdings kann diese Arbeit dazu dienen, den Laborversuch vorzubereiten, welche Größe das Gerinne haben soll, welche Fließgeschwindigkeiten zu wählen sind und welche Konzentrationen man wählen kann.

Zwar ist die numerische Simulation aufgrund ihrer großen Vorteile auf dem Vormarsch, so kommt sie noch nicht ohne Laborversuche aus. Bei den zunehmenden Rechnerkapazitäten und den wachsenden Erkenntnissen in der Strömungsmechanik bleibt es aber spannend zu sehen, was in Zukunft mit solchen Modellen gemacht werden kann.

Literaturverzeichnis

- [1] Barnes, H. A., Walters, K., The yield stress myth?, *Rheologica Acta* 24: 323-326, 1985
- [2] FLUENT 6.3.26 User's Guide
- [3] Graf, W. H., *Hydraulics of Sediment Transport*, Water Resources Publications, Chelsea, 1984
- [4] Kinzelbach, W., *Numerische Methoden zur Modellierung des Transports von Schadstoffen im Grundwasser*, Oldenburg, 1987
- [5] Nezu, I., Nakagawa, H., *Turbulence in Open-Channel Flows*, IAHR, A. A. Balkema/Rotterdam/Brookfield, 1993
- [6] Malcherek, A., *Mathematische Modellierung von Strömungen und Stofftransportprozessen in Ästuaren*, Institut für Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen, Universität Hannover, Bericht Nr. 44, 1995
- [7] McAnally, W.H., Friedrichs, C., Hamilton, D., Hayter, E., Shrestha, P., Rodriguez, H., Sheremet, A., Teeter, A., Management of Fluid Mud in Estuaries, Bays, and Lakes. I: Present State of Understanding on Character and Behavior, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 133, 2007
- [8] McAnally, W.H., Friedrichs, C., Hamilton, D., Hayter, E., Shrestha, P., Rodriguez, H., Sheremet, A., Teeter, A., Schoellhamer, D., Kirby, R., Management of Fluid Mud in Estuaries, Bays, and Lakes. II: Measurement, Modeling, and Management, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 133, 2007
- [9] Oberlack, M., *Hydromechanics B*, Course Material, Technische Universität Darmstadt, 2005
- [10] Oertel, H., Laurien, E., *Numerische Strömungsmechanik*, Springer, 1995
- [11] Rodi, W., *Turbulence Models and their Application in Hydraulics*, IAHR, A. A. Balkema/Rotterdam/Brookfield, 1993
- [12] Van Rijn, L. C., *Principles of Sediment Transport in Rivers, Estuaries and Coastal Seas*, Aqua Publications, Amsterdam, 1993
- [13] Toorman, E., *Modelling of Fluid Mud Flow and Consolidation*, Dissertation, Universität Leuven

- [14] Toorman, E., Modelling the thixotropic behaviour of dense cohesive sediment suspensions, *Rheologica Acta* 36: 56-65, 1997
- [15] Wetzel, V., Der Ausbau des Weserfahrwassers von 1921 bis heute, *Jahrbuch der Hafenbautechnischen Gesellschaft* 42, 1987
- [16] Worrall, W. E., Tuliani, S., *Viscosity Changes during the Ageing of Clay-Water Suspensions*, University of Leeds
- [17] Wurpts, A., Numerische Simulation von Dichteeffekten am Beispiel der Umlagerung von Baggergut im Ästuarbereich, *Mitteilungen des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft der Technischen Universität Darmstadt*, Heft 140, 2006
- [18] Wurpts, R., Hyperconcentrated flow, *Hansa International Maritime Journal*, 2005
- [19] WWF Deutschland, Ausbau- und Unterhaltungskosten für deutsche Seehäfen, 2006
- [20] Zanke, U., *Grundlagen der Sedimentbewegung*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1982
- [21] Zanke, U., *Wasserbau A Skript*, Technische Universität Darmstadt, 2002
- [22] E.R. Schifffahrt GmbH & Cie, Pressemitteilung, www.er-ship.com, 17.7.2007
- [23] Nordcapital, Pressemitteilung, www.nordcapital.com, 28.8.2006
- [24] Spiegel Online, www.spiegel.de/wirtschaft/0,1518,466836,00.html, 17.7.2007
- [25] WAP, www.weseranpassung.de, 17.7.2007
- [26] Wikipedia, www.wikipedia.de, 17.7.2007

A. Contors

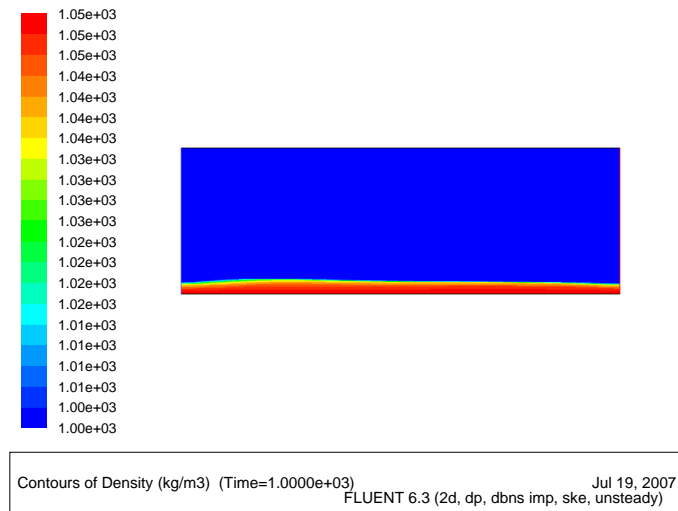


Abbildung A.1.: Räumliche Verteilung der Dichte

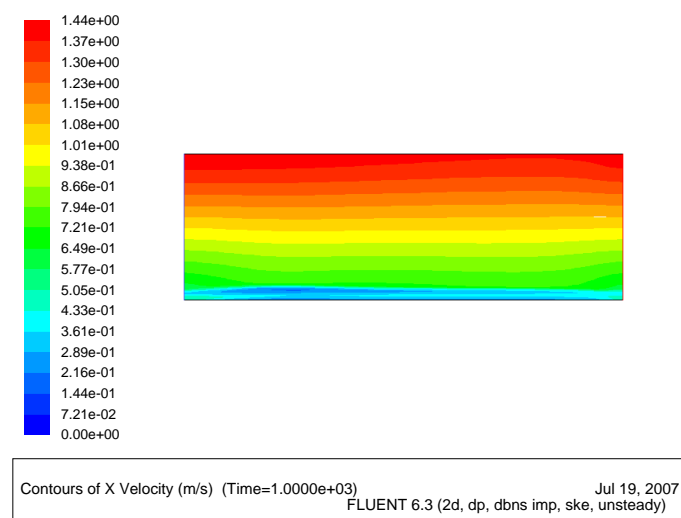


Abbildung A.2.: Räumliche Verteilung der Geschwindigkeit

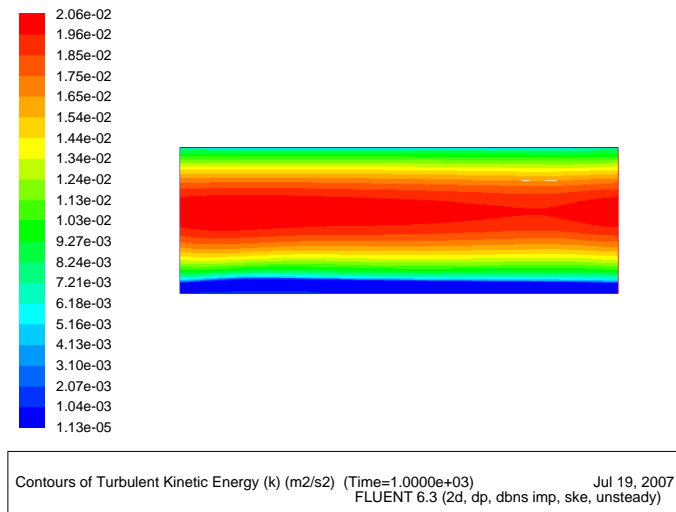


Abbildung A.3.: Räumliche Verteilung der turbulenten kinetischen Energie

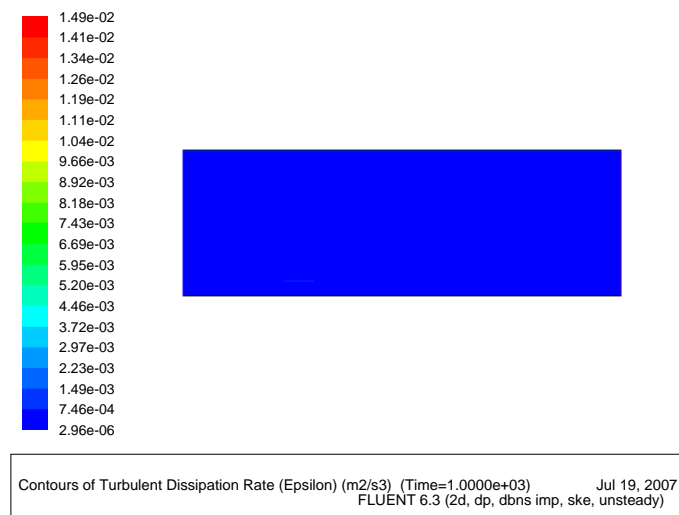


Abbildung A.4.: Räumliche Verteilung der Dissipationsrate

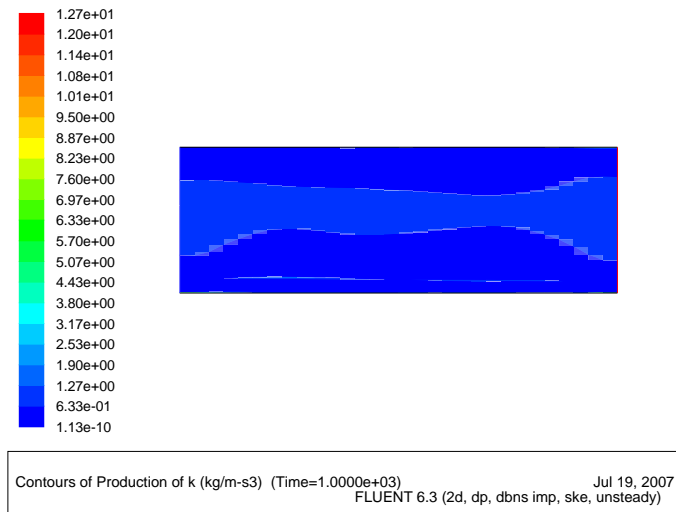


Abbildung A.5.: Die Generierung turbulenter kinetischer Energie

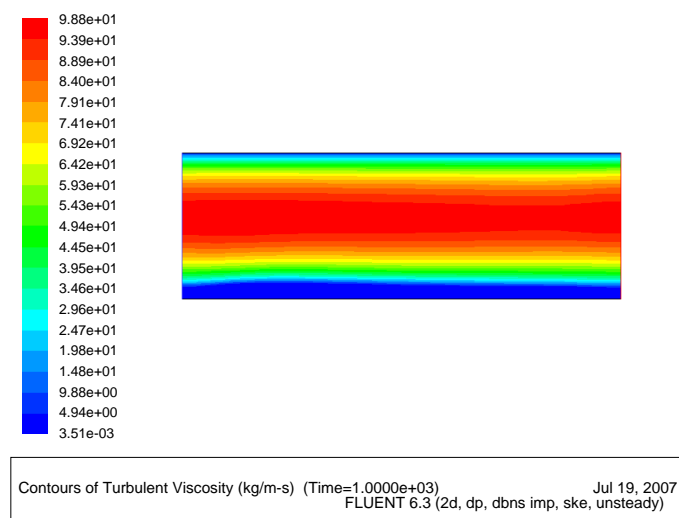


Abbildung A.6.: Räumliche Verteilung der turbulenten Viskosität

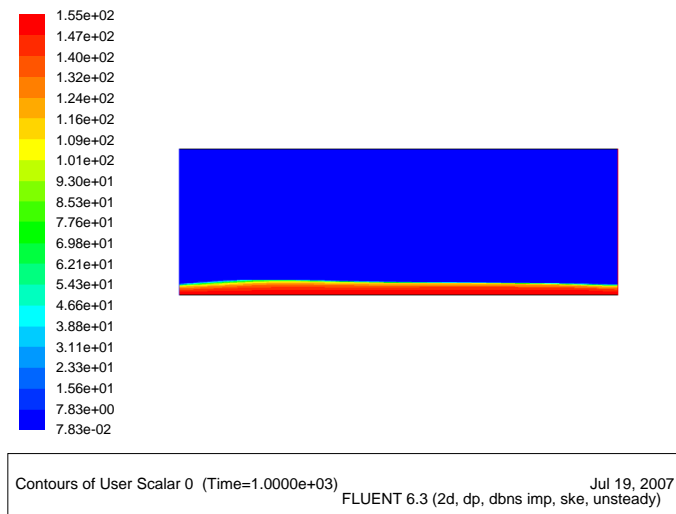


Abbildung A.7.: Räumliche Verteilung der Schlickkonzentration

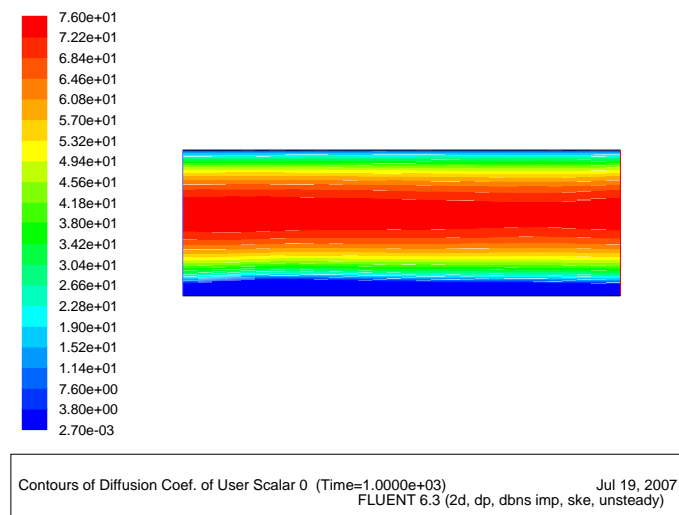


Abbildung A.8.: Räumliche Verteilung der Diffusion

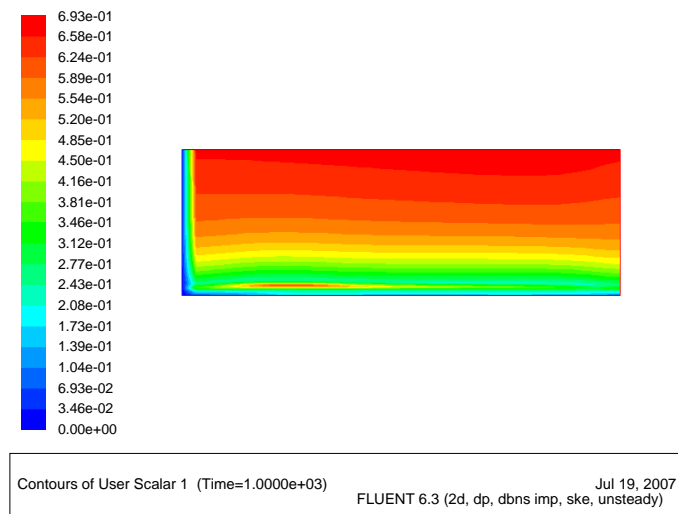


Abbildung A.9.: Räumliche Verteilung des Strukturparameters

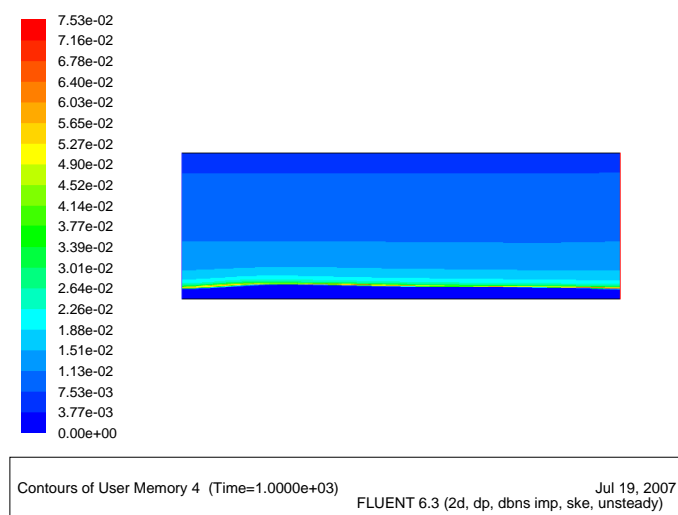


Abbildung A.10.: Räumliche Verteilung der Sinkgeschwindigkeit

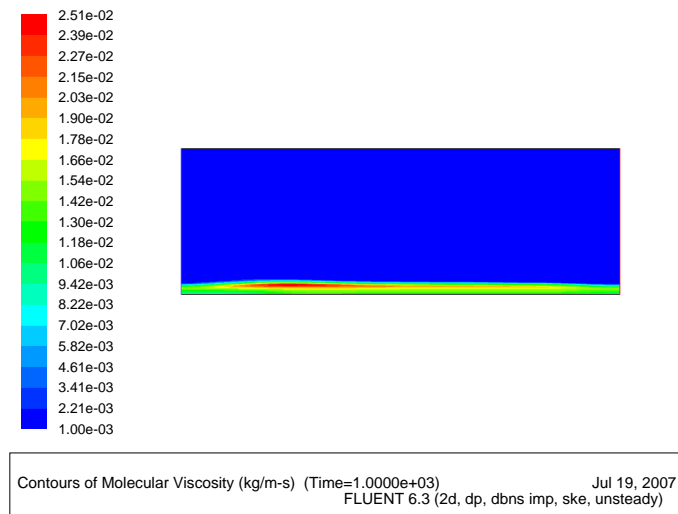


Abbildung A.11.: Räumliche Verteilung der molekularen Viskosität

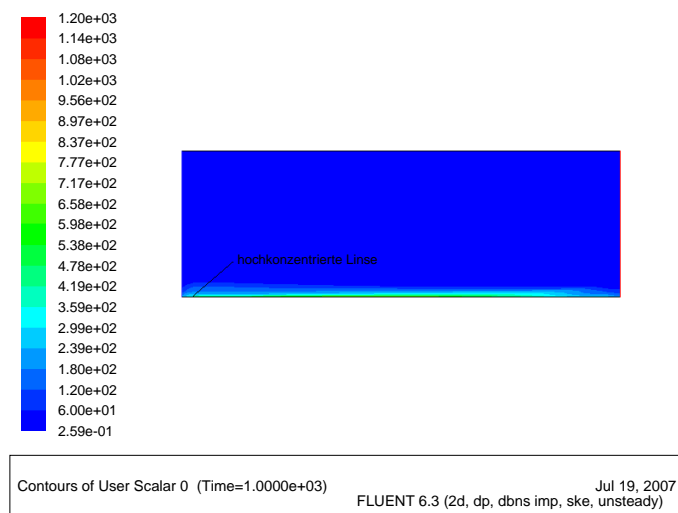


Abbildung A.12.: Räumliche Verteilung der Konzentration beim groben Netz mit Boundary Layer

B. Plots

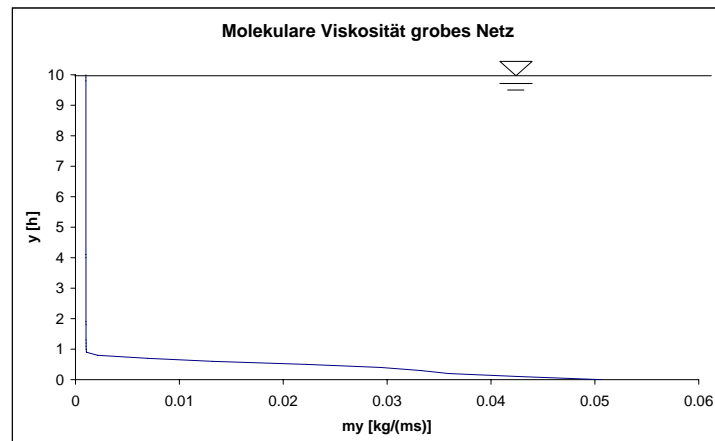


Abbildung B.1.: Molekulare Viskosität beim groben Netz. Es tritt keine Verflüssigung auf

C. Parameter für das rheologische Modell

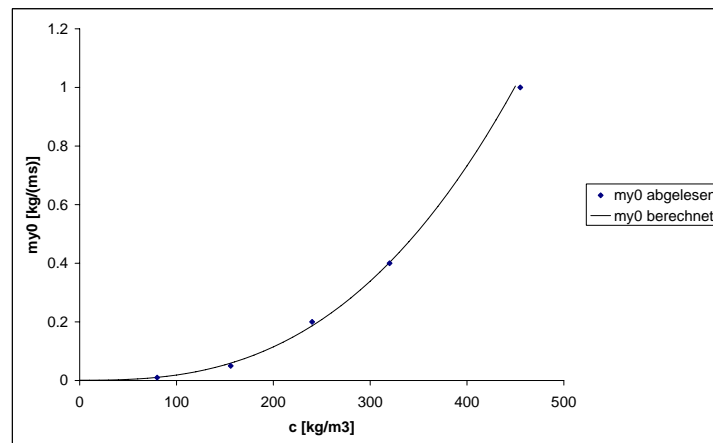


Abbildung C.1.: Regression für die Anfangsviskosität μ_0

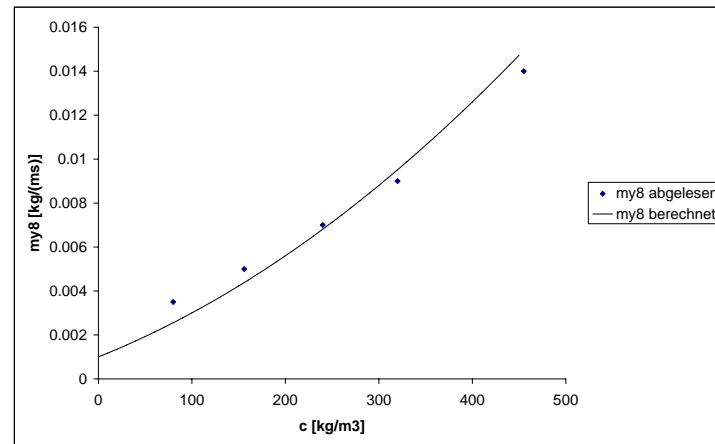


Abbildung C.2.: Regression für die Binghamviskosität μ_{∞}

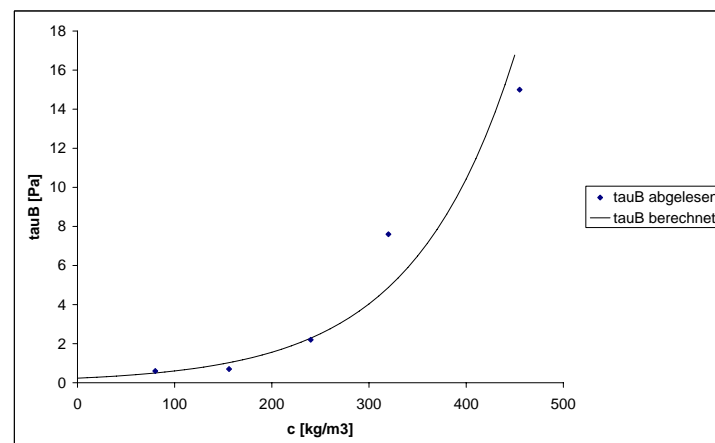


Abbildung C.3.: Regression für Schubspannung τ_B

D. Dateien

Auf der beigefügten CD befinden sich folgende Dateien:

- Die pdf Version der Diplomarbeit
- Die Animation der Vektoren und Konzentration
- Die cas und dat Dateien von FLUENT
- Das Gitter
- Literatur
- Exceltabelle zur Validierung der Ergebnisse
- Der C++ Quellcode für die udfs

Noch eine Anmerkung zum Modell in FLUENT. Aufgrund der internen Speicherverwaltung ist es nicht möglich alle udfs mit abzuspeichern. Deswegen muss man einige Iterationen ohne die ganzen udfs durchführen, sie dann alle hochladen und dann erst läuft das Modell richtig.